

# OBSERVATIONSMETODEN OCH DEFORMATIONSMÄTNINGAR VID TUNNELBYGGANDE

Mats Holmberg  
Håkan Stille

STIFTELSEN BERGTEKNISK FORSKNING  
ROCK ENGINEERING RESEARCH FOUNDATION

# **OBSERVATIONSMETODEN OCH DEFORMATIONSMÄTNINGAR VID TUNNELBYGGANDE**

## **THE OBSERVATIONAL METHOD AND DEFORMATION MEASUREMENTS IN TUNNELS**

**Mats Holmberg, Tunnel Engineering AB**

**Håkan Stille, KTH**

BeFo Rapport 93  
Stockholm 2009  
ISSN 1104 – 1773  
ISRN BEFO-R—93—SE



## FÖRORD

Vid projektering och byggande av tunnlar används sedan länge den så kallade observationsmetoden. I och med den nya europastandarden, Eurokoden, som avser geotekniska konstruktioner, EN1997, har observationsmetoden fått en formell status. Metoden bygger på en anpassning av utförandet under byggskedet enligt en i förväg fastställd strategi. Metoden kommer med säkerhet att få en ökad användning speciellt vid svåra geotekniska förhållanden.

I BeFo:s forskningsprogram pågår flera projekt med anknytning till Eurokoden med bland annat fokus på observationsmetoden. Tidigare har BeFo gett ut rapporter om metodens grunder samt erfarenheter av lämpliga kontrakts- och samverkansformer.

Föreliggande rapport beskriver den teoretiska grunden för hur osäkerheten minskar med successivt gjorda mätningar och observationer. Den byggda konstruktionen skall givetvis uppfylla alla normerade krav på bärighet, stadga och beständighet. Detta innebär att den projekterade konstruktionen kan accepteras med lägre grad av säkerhet utifrån den begränsade information som finns tillgänglig vid projekteringstillfället. Detta kräver att projektören förstår osäkerhetens natur och vilka observationer som är relevanta för att kunna reducera den. Vidare måste om metoden skall vara användbar granskande myndighet kunna acceptera den.

Arbetet har utförts av Håkan Stille vid avdelningen för Jord- och Bergmekanik vid KTH och Mats Holmberg, Tunnel Engineering AB. Genom samarbete med Bergmekaniska avdelningen vid den Tekniska högskolan i Graz under ledning av Professor Wulf Schubert har värdefulla synpunkter och basdata erhållits. Arbetet har stötts av en referensgrupp utsedd av BeFo.

Stockholm i september 2009

Mikael Hellsten

## SAMMANFATTNING

Observationsmetoden är en av de föreskrivna designmetoderna enligt den standard i Eurokod som behandlar geotekniska konstruktioner (EN 1997-1:2004). Observationsmetoden bör användas för komplexa designfrågor där andra designmetoder inte är lika ändamålsenliga. Observationsmetoden skall precis som andra designmetoder påvisa att den slutgiltiga konstruktionen, efter gjorda observationer, uppfyller samhällets normala krav med avseende på bärrighet, stadga och beständighet.

Vid användning av observationsmetoden är det viktigt att fastlägga robusta kontrollparametrar som både avspeglar rådande designosäkerheter och på ett relevant sätt exponerar signifikanta händelser som påverkar det geotekniska beteendet. Kontrollparametrar skall kunna kvantifieras och ligga till grund för en prognos gällande konstruktionens förväntade beteende. De skall också vara mätbara (observerbara) så att konstruktionens verkliga beteende kan stämmas av mot det förväntade (prognosen). I många fall är deformationer en robust kontrollparameter eftersom dessa både kan kvantifieras vid dimensionering och mätas efter bergguttaget. Rätt utförda deformationsmätningar ger en bra uppfattning om det bärande huvudsystemets beteende, med de ingående komponenterna bergmassa och förstärkningssystem. Deformationsmätningar har i de flesta fall acceptabel noggrannhet och är repeterbara.

Rapporten innehåller både teoriutveckling och analyser med avseende på hur resultat från deformationsmätningar kan användas vid tunnelbyggande för att göra bedömningar om det bärande huvudsystemets stabilitet och säkerhetsnivå. Analyserna är främst inriktade på frågeställningar där bergkvalitet och lastsituation är sådan att den förväntade responsen från berget och förstärkningen är elastisk-plastisk eller viskös-plastisk.

Observationsmetodens tillämpning på tunnelprojekt har delats in i två typfall och de utgör grunden för den återkoppling som gjorts i studien mot de krav som ställs i Eurokod för att få använda observationsmetoden.

### Typfall 1

Typfall 1 avser att skatta slutdeformationen i en enskild mätsektion baserat på data från pågående deformationsförlopp. Syftet är att göra successiva bedömningar om konstruktionens beteende före fortvarighetstillstånd nåtts. Beräkningsmodellen bygger på kurvanpassning med antagande om ett avklingande deformationsförlopp.

### Typfall 2

Typfall 2 avser att skatta slutdeformationerna mellan mätsektionerna baserat på att de verkliga slutdeformationerna från enskilda mätsektioner är representativa stickprov av konstruktionens beteende. Syftet är att göra bedömningar om konstruktionen uppfyller ställda krav på säkerhet och funktion efter färdigställandet. Beräkningsmodellen tar hänsyn till den rumsliga korrelationen som beskrivs med ett variogram baserat på slutdeformationerna. Med hjälp av kriging skattas både förväntad deformation i en godtycklig sektion samt felet (variansen) i den beräknade skattningen. Slutna analytiska lösningar presenteras för en förenklad form av kriging. De baseras på en linjär modell av variogrammet och ger i de flesta fall tillräcklig noggrannhet.

### Eurokod

Eurokod ställer krav för användning av observationsmetoden och de som anknyter till dimensionering sammanfattas nedan i punktform (fri översättning EN 1997-1:2004).

- När det är svårt att förutsäga det geotekniska beteendet kan det vara lämpligt att tillämpa det tillvägagångssätt som benämns observationsmetoden, där dimensioneringen granskas och revideras under konstruktionens uppförande.
- Följande krav ska vara uppfyllda innan byggandet startar:
  - Gränser för acceptabelt beteende ska fastställas.
  - Intervall för möjligt beteende skall fastläggas och det skall visas att det finns en acceptabel sannolikhet för att det verkliga beteendet ligger inom fastställda gränser för acceptabelt beteende.

Kraven har tolkats på följande sätt inom ramen för denna studie.

Svårigheten med att förutsäga det geotekniska beteendet är i denna studie synonymt med osäkerheten att med acceptabel noggrannhet bedöma det bärande huvudsystemets beteende.

Gräns för acceptabelt beteende definieras normalt med ett deterministiskt deformationsvärde som inte får överskridas.

Intervall för möjligt beteende är den sammanvägda uppfattningen om hur tunneln med sin planerade förstärkning kommer att uppföra sig utifrån rådande kunskap och identifierade osäkerheter. Dimensioneringsberäkningar eller andra erfarenheter kan ligga till grund för att fastlägga konstruktionens möjligt beteende längs tunnelsträckor med samma installerade förstärkningsklass (domän). Intervallet för möjligt beteende kan i en domän där deformationerna är normalfördelade beskrivas med ett medelvärde och med ett spridningsmått (standardavvikelsen) som representerar det troliga beteendet respektive osäkerheten i intervallets bredd.

Enligt Eurokod skall påvisas att det finns en acceptabel sannolikhet för att det verkliga beteendet ska vara inom fastställda gränser för acceptabelt beteende. Acceptabelt beteende är relaterat till det gränstillstånd som studeras. I bergbyggnadssammanhang är det dominerande gränstillståndet, brottgränsen. I princip kan två fall urskiljas, dels vad berget tål, dels vad förstärkningen tål. I flesta fall är det förstärkningens förmåga att tåla deformationer som är dimensionerande.

Beräkningsmodellerna för typfall 1 och typfall 2 innebär att vi med rimlig insats kan beräkna sannolikheten att verklig deformation kommer att överskrida en given acceptabel nivå, vilket är grunden för sannolikhetsbaserad dimensionering och därmed observationsmetoden. Att fastställa den acceptabla sannolikheten under byggskedet (typfall 1) är en fråga för projektet. Sannolikheten bör anknyta till den risk projektet kan acceptera för att behöva komplettera förstärkningen. Den acceptabla sannolikheten vid drifttagandet av den färdigställda anläggningen (typfall 2) måste relatera till samhällets normala krav på bärighet, stadga och beständighet. Genom att använda kombinera ett probabilistiskt synsätt med resultaten från observationer av konstruktionen beteende både under uppförandet och vid färdigställandet, kan osäkerheter i dimensioneringen reduceras och dimensioneringskrav verifieras.

### Domänindelning

En av grunderna för det probabilistiska synsättet är att observationer kommer från samma domän. Domän kan i detta sammanhang jämföras med förstärkningsklass, det vill säga bergförhållanden i tunneln som kräver samma förstärkning. Domän- eller klasstillhörighet kan bestämmas utifrån den ingenjörsgelogiska tunnelkarteringen och utifrån analys av mätdata. Erfarenheter från tunnelbyggande pekar på att mellan 3 och 6 klasser, eller domäner, är lämpligt för att erhålla en rationell och därmed ekonomisk hantering av förstärkningsinsatserna. Detta medför en förväntad variation på konstruktionens beteende är inom varje domän, det vill säga ett intervall för möjligt beteende.

### Analys

I samarbete med Tekniska Högskolan i Graz och institutionen för Bergmekanik och Tunnelbyggande, har deformationsdata studerats från 58 mätsektioner fördelade längs en 800 m lång tunnelsträcka.

Analys enligt typfall 1 ger relativt tidigt indikationer om konstruktionens slutdeformation. Det betyder att beräkningsmodellen för typfall 1 kan användas att skatta dels om beteendet ligger inom gränsen för acceptabelt beteende, dels domäntillhörigheten för den aktuella mätsektionen.

En känslighetsanalys enligt typfall 2 visar att det går att skatta deformationer mellan mätsektioner med hjälp av krigingvariansen. Analysen indikerar att en ansatt osäkerhet på två standardavvikelser relativt det beräknade troliga värdet, ger en bra skattning av områden där stora deformationer förekommer. Det vill säga där risk föreligger att deformationerna kan överskrida gränsen för acceptabelt beteende.

Preliminära analyser för typfall 1 visar att:

- avståndet mellan mätsektion och tunnelfront variera mellan 15 till 100 m innan slutdeformationen kan förutsägas med en noggrannhet inom cirka 10 %,
- beräkningarna konvergerar långsammare mot verkliga slutdeformationer med ökad andel tidsberoende deformationer.

Känslighetsanalyser för typfall 2 visar att:

- upplösningen på den skattade osäkerheten som baseras på krigingvariansen beror av antalet mätsektioner,
- avståndet mellan mätsektionerna skall vara mindre än det avstånd inom vilket det finns en rymdkorrelation,
- mätsektionerna skall vara jämt fördelade över tunnelsträckan (domänen).

Om bara ett fåtal mätsektioner föreligger inom samma domän kan underlaget vara otillräckligt för att kunna konstruera ett variogram. I ett sådant fall måste variogrammet kunna uppskattas empiriskt eller alternativt kan bayesiansk statistik användas. Denna metod förutsätter en förhandsuppskattning av den förväntade deformationen. Osäkerheten i förhandsuppskattningen kan reduceras genom att successivt korrigera det förväntade beteendet med uppdatering baserad på erhållna mätresultat. Metodens fördel är att den ger användbara resultat redan vid några få mätsektioner. Den rumsliga variationen är större med ett bayesianskt betraktelsesätt än med kriging. Den senare metoden ger

mindre osäkerhet om konstruktionens beteende eftersom vi kan kvantifiera slutdeformationernas rumsliga variation.

#### Ekonomisk dimensionering

Kriging medverkar till att reducera osäkerheten om konstruktionens beteende mellan mätsektionerna. Det ger potential till en mer ekonomisk dimensionering som är baserad på en förfinad domänindelning. Det innebär att antalet domäner utökas och att en mer detaljerad dimensionering som resulterar i ytterligare förstärkningsklasser genomförs. En praktisk förutsättning för en förfinad domänindelning är att den åtföljs av en tillförlitlig procedur för att identifiera domänerna under uppförandet. Ett stöd till en sådan procedur är att påbörja mätningar av deformationsförloppet så nära tunnelfronten som möjligt och applicera den analysmetodik som utvecklas för typfall 1. På så sätt erhålls ytterligare en indikator som kan bidra till att öka tillförlitligheten i underlaget för beslut om domäntillhörighet.

Risken är att det sker på bekostnad av en rationell hantering, då ett större antal domäner kräver en mer noggrann beskrivning av indikatorer och regler. Det kan också medföra tillkommande kostnader för ett mer omfattande kontrollprogram.



## SUMMARY

The observational method is one of the designated design methods in Eurocode (EN 1997-1:2004). From an engineering point of view the observational method shall be used for complex design situations. It allows the Designer to employ formal approaches towards design uncertainties as well as towards results from monitoring and observations which are made during construction.

It is important to establish representative control parameters that expose significant events that have influence on the geotechnical behaviour during construction. In practice one must be able to quantify the control parameters in order to verify the design requirements and the structural behaviour. In many cases the deformation constitutes a robust parameter as it can be quantified in design and monitored during construction. Results from deformation monitoring provide a good measure of the structural behaviour, rock mass and rock support.

The aim of this study is to establish means of assessing the structural behaviour of underground openings and apply them within the framework of the observational method. The study establishes the theoretical background and an analysis of results from deformation monitoring in tunnels.

The application of the observational method in this study considers two typical reference cases in tunnelling, from which results from deformation monitoring were used to assess the structural behaviour and to establish feedback towards the formal requirements in Eurocode.

### Reference case 1

This reference case aims to assess the final deformation in one tunnel section based on the early monitoring data that always will be available before deformations have come to a halt. The theoretical model that was developed to predict the structural behaviour is based on curve fitting methods which assume a declining deformation.

### Reference case 2

This reference case aims to assess the final deformation between measuring sections. A condition for the assessment is that the measured final deformations are representative values of the true structural behaviour. The theoretical model that was developed takes spatial variance into account. Kriging and a modelled variogram is the basis for assessing final deformations and the associated variance between measuring sections. Closed form analytical solutions are also presented for a simplified type of kriging based on a linear variogram model.

### Eurocode

There are requirements in Eurocode for using the observational method and those that have influence on the design process are summarised below.

*“(1) When prediction of geotechnical behaviour is difficult, it can be appropriate to apply the approach known as “the observational method”, in which the design is reviewed during construction.*

(2)<sup>1</sup> *The following requirements shall be met before construction is started:*

- *acceptable limits of behaviour shall be established;*
- *the range of possible behaviour shall be assessed and it shall be shown that there is an acceptable probability that the actual behaviour will be within the acceptable limits;*

The interpretation of these requirements that were made for this study is presented below.

The difficulties to predict the geotechnical behaviour were in this study considered as the uncertainty to assess the structural behaviour of the underground opening during construction and at completion of construction.

The acceptable limit of behaviour is defined by a deterministic deformation value that cannot be impeded by the actual behaviour.

The range of possible behaviour is the assessed structural behaviour that takes current knowledge and uncertainties into account. Both calculations and engineering judgement may be the bases for establishing the range of possible behaviour. The structural behaviour may be evaluated by dividing the underground opening in domains, e.g. portions of a tunnel where the rock conditions require similar rock support. For deformational behaviour that follow normal distribution, the range of possible behaviour can be described with a mean value and a standard deviation. They represent the most probable value and the uncertainty relative to the range of possible behaviour, respectively.

In accordance with Eurocode it shall be shown that there is an acceptable probability that the actual behaviour will be within the acceptable limits. The acceptable behaviour of the studied structure must be defined relative to a limit condition. For an underground excavation the dominating limit condition are represented by failure limits relative to the rock mass and to the rock support. In most load situations the deformational capacity of the rock support is the governing factor.

The calculation models for reference cases 1 and 2 provide means of assessing the probability that final deformations will exceed the limits of acceptable behaviour. This is fundamental for using the observational method and hence a probability based design approach. The acceptable probability relative to reference case 1 should be linked to the project and the risk of having to implement contingency measures for the existing rock support during construction. The acceptable probability relative to reference case 2 should relate to the operational requirements of the structure in terms of structural safety, serviceability and durability. By applying a probabilistic approach to results of monitoring the structural behaviour during construction and at completion, it is possible to reduce design uncertainties and verify the structural behaviour relative to the design requirements.

---

<sup>1</sup> Förkortning (P) står för principer ("Principles") se citat nedan ur Eurokod EN 1990:2002, 1.4 (2).

"The principles comprise: general statements and definitions for which there is no alternative, as well as; requirements and analytical models for which no alternative is permitted unless specifically stated."

### Domains

It is fundamental for a probabilistic approach that the data analysed belong to same population or domain. The domain selection procedure can be based on an interpretation of the geological mapping or based on analysis of measurement data. Experience points to that between 3 and 6 different domains or support classes are reasonable for a rational and economical management of the support measures. This implicates that some variability in the structural behaviour can be expected within each domain, i.e. range of possible behaviour.

### Analysis

Professor Wulf Schubert from the Technical University in Graz, Austria, has made available data from measured deformations at 58 locations more or less evenly distributed along an 800 m long portion of a tunnel.

Analyses made in accordance with reference case 1 provide early indications of final deformations with an acceptable precision. This implicates that the theoretical model associated with reference case 1 can be used to assess the structural behaviour relative to the limits of acceptable behaviour and also to assist selecting a domain for the tunnel section in question.

A sensitivity analysis was executed for reference case 2 and the deformational behaviour between measuring sections was assessed using different amount of data for constructing the model variogram. The kriging analysis that followed indicated that a range equal to two standard deviations relative to the most probable value provides an acceptable assessment of the locations in the tunnel where large deformations occurs, i.e. where there is risk for occurrences of deformations that may exceed the limits of acceptable behaviour.

Preliminary analysis for reference case 1 indicates that:

- the distance between the measuring section and the tunnel face varies between 15 m and 100 m before the final deformation can be achieved within an accuracy of 10 %,
- the calculation results will converge more slowly towards the actual final deformation under the presence of increasing time-dependent deformations

Sensitivity analysis for reference case 2 indicates that:

- the assessed uncertainty, relative to the probable deformation value and based on kriging variance, shows decreasing resolution when the number of measuring sections included in the analysis decreases,
- the distance between measuring sections shall be less than the distance for which there is spatial correlation,
- the measuring sections shall be evenly distributed in a domain.

For a limited number of measuring sections in a domain, there may be insufficient amount of data to construct a model variogram. In such a case it is possible to use an empirical variogram or to apply Bayesian statistics. The latter presumes that an existing a-priori assessment of the probable deformation and an associated uncertainty. The uncertainty in this assessment can be reduced gradually by using data from measured de-

formations and an updating process. The advantage with Bayesian statistics is that it can be applied with a limited amount of measuring data. However the spatial variance will be larger compared to results from kriging. Kriging will result in a less uncertainty of the structural behaviour due to the fact that the spatial variance can be quantified and modelled.

#### Economical design

Kriging will assist in reducing the uncertainty of the structural behaviour between monitoring sections. This can be used to refine the division of domains and hence is a potential mean for achieving a more economical design. The implication is that additional domains will be introduced as well as a larger variety of support types. However it is conditional that the refined division of domains is accompanied with a reliable procedure for identifying the domains. Such a procedure can be supported by introducing deformation monitoring as close to the tunnel face as possible and analysing the results with the theoretical model associated with reference case 1. This will provide an additional indicator that can be used to select a domain for the tunnel section in question.

A refined division of domains may put the rational management of support systems at risk as the required precision increases relative to indicators and rules used for selecting the appropriate domain. The verification of the structural behaviour may introduce extra costs as a more comprehensive monitoring programme may be required.

## INNEHÅLLSFÖRTECKNING

FÖRORD .....	i
SAMMANFATTNING .....	ii
SUMMARY .....	vi
1 INLEDNING .....	1
2 SYFTE OCH PROBLEMSTÄLLNING .....	3
2.1 Rapportens struktur .....	5
3 GRUNDLÄGGANDE BESKRIVNINGAR .....	6
3.1 Våra osäkerheter .....	6
3.2 Våra stokastiska variabler .....	7
3.3 Grundläggande begrepp för observationsmetoden .....	8
3.4 Bergmekanisk aspekter på bestämning av domän .....	11
4 GRUNDLÄGGANDE TEORIER .....	13
4.1 Inledning .....	13
4.2 Typfall 1 - Prognos på slutdeformation .....	14
4.3 Typfall 2 - Kontroll av konstruktionens slutgiltiga säkerhetsmarginal .....	16
4.3.1 Kriging .....	17
4.3.2 Bayesiansk statistik .....	19
5 TILLÄMPNINGSEXEMPEL .....	24
5.1 Mätdata och domänindelning .....	24
5.2 Variogram .....	26
5.3 Deformationernas rumsliga fördelning .....	27
5.4 Bayesiansk uppdatering .....	30
5.5 Koppling mellan typfall 1 och typfall 2 .....	31
6 KÄNSLIGHETSANALYS .....	32
6.1 Omfattning av mätdata .....	32
6.2 Domänindelning .....	33
7 SLUTSATSER .....	35
7.1 Observationsmetoden och Euronormen .....	35
7.2 Tillämpning av observationsmetoden .....	36
8 REFERENSER .....	39
APPENDIX A. Linjär regression med viktning av indata .....	40
APPENDIX B. Krigingsystem för två mätsektioner .....	42
APPENDIX C. Typfall 1 .....	44

## 1 INLEDNING

Observationsmetodens användning i design av undermarksprojekt innebär att fatta beslut under osäkerhet och att successivt omsätta kunskap som erhålls från undersökningar och byggande med syfte att reducera osäkerheter i parametrar som styr konstruktionens design. Observationsmetoden är i princip ett sätt att formalisera den erfarna ingenjörens sätt att arbeta med komplexa designfrågor.

Observationsmetoden är en av de föreskrivna designmetoderna enligt den standard i Eurokod som behandlar geotekniska konstruktioner, (EN 1997-1:2004). I Sverige används begreppet aktiv design som benämning på en metodik för dimensionering av komplicerade konstruktioner i berg. Grunderna i aktiv design är att upprätta en preliminär design, planera åtgärder för oförutsedda händelser, utföra relevanta observationer under byggandet och fastlägga slutgiltig design genom aktiv anpassning till aktuella förhållanden. Grundtankarna i den metodik som omfattas av begreppet aktiv design, har således stöd i europeisk byggstandard.

Observationsmetoden innebär utökade åtaganden för den organisation som har ansvar för att genomföra projektet. För att observationer och mätningar ska medverka till att reducera osäkerheterna och innebär att;

- observationsmetoden från början skall vara en integrerad del av designprocessen,
- val av observationssystem skall baseras på en tydlig definition av vilka problemställningar som är kritiska,
- observationsmetodens skall ha en tydlig roll i utförandeskedet och vara integrerad i produktionsprocessen och ha stöd i kontrakts- och betalningsformen.

”Observationsmetodens och deformationsmätningar vid tunnelbyggande” är ett projekt inom ramen för den projektportfölj som SveBeFo initierat för en samlad forskning inom bergmekaniken med inriktning mot sannolikhetsbaserad dimensionering, speciellt med beaktande av de nya Eurokoderna. Projektet bygger på följande SveBeFo-rapporter:

- Rapport nr 61, Information based design in rock engineering, av (Stille, Andersson Olsson 2003).
- Rapport nr 70, Dimensionering av samverkanskonstruktioner i berg med sannolikhetsbaserade metoder, av (Stille, Holmberg, Olsson, Andersson 2005).
- Rapport nr 80, Observationsmetodens grunder och dess tillämpning på design av konstruktioner i berg, av (Holmberg, Stille 2007).

Observationsmetoden bör användas för komplexa designfrågor där andra designmetoder inte är lika ändamålsenliga. Observationsmetoden skall precis som andra designmetoder påvisa att den slutgiltiga konstruktionen, efter gjorda observationer, uppfyller samhällets normala krav med avseende på bärighet, stadga och beständighet.

Vid användning av observationsmetoden är det viktigt att fastlägga robusta kontrollparametrar som både avspeglar rådande designosäkerheter och på ett relevant sätt exponerar signifikanta händelser som påverkar det geotekniska beteendet. Kontrollparametrar skall kunna kvantifieras och ligga till grund för en prognos gällande konstruktionens förväntade beteende. De skall också vara mätbara (observerbara) så att konstruktionens verkliga beteende kan stämmas av mot det förväntade (prediktion). Kontrollparametrar kan till exempel vara relaterade till bergmassans egenskaper, till utförda förstärkningsåtgärder eller till det bärande huvudsystemets beteende. Berganläggningarnas förutsättningar och funktion uppvisar i allmänhet låg grad av repeterbarhet emellan projekt. Därför bör vid projekteringen val av kontrollparametrar

göras med omsorg. I många fall är deformationer en robust kontrollparameter eftersom dessa både kan kvantifieras vid dimensionering och mätas efter berguttag. Rätt utförda deformationsmätningar ger en bra uppfattning om det bärande huvudsystemets beteende, inklusive de ingående komponenterna bergmassa och förstärkningssystem. Deformationsmätningar har i de flesta fall acceptabel noggrannhet och är repeterbara.

Mätningar av deformationer utförs ofta under uppförandet av konstruktioner i berg för att visa att tunneln eller bergrummet har en acceptabel stabilitet. Vikten av den information som anskaffas via mätningar av deformationer får ökad betydelse dels i komplexa geologiska förhållanden med delvis osäkra geotekniska parametrar, dels där konstruktionens geometriska villkor är en faktor att beakta. Exempel på det senare är bergrum med stora spännvidder eller tunnlar med relativt liten bergtäckning där sättningar eller hävningar på markytan måste beaktas. Storleken på de deformationer som utbildas är ett mått på konstruktionens geotekniska beteende, något som i sin tur beror av hur förstärkningen och berget samverkar i ett lastupptagande system. Inom ramen för observationsmetoden och vid ökande grad av svårighet att förutsäga det geotekniska beteendet kan mätningar av deformation vara den mest lämpliga kontrollparametern.

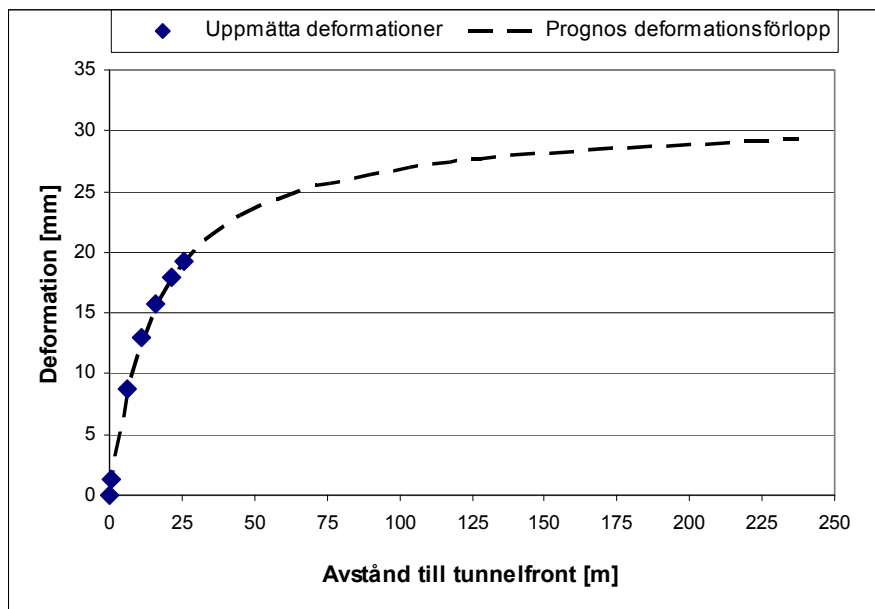
Det finns olika tekniker att mäta deformationerna som uppkommer vid undermarksbyggande. En extensometer ger den relativa rörelsen mellan två punkter i extensometers längdriktning. Konvergensmätning med måttband eller optisk avläsning med totalstation ger tunnelväggens rörelser i en eller flera dimensioner beroende på mätsystem. Alla metoder ger möjlighet att följa hur deformationerna utvecklas med tiden och med framdriften av tunneln. En normal begränsning är att dessa typer av mätningar bara fångar de deformationer som uppkommer efter tunnelfronten har passerat och inte de som uppkommer innan.

## 2 SYFTE OCH PROBLEMSTÄLLNING

Syftet med detta projekt är att visa hur resultat från deformationsmätningar kan användas vid tunnelbyggnad för att göra bedömningar om konstruktionens stabilitet och säkerhetsnivå. Analyserna är främst inriktade på frågeställningar där bergkvalitet och lastsituation är sådan att den förväntade responsen från berget och förstärkningen är elastisk-plastisk eller visköspastisk. I studien har två typfall studerats och de utgör grunden för återkoppling som görs relativt krav som ställs i Eurokod för få att använda observationsmetoden. Dessa typfall är:

### *Typfall 1 - Prognos baserat på konstruktionens beteende under utförandet*

Typfall 1 avser att framställa underlag för att successivt kunna göra bedömningar om konstruktionens beteende i en mätsektion under pågående berguttag. Indata till analysen utgörs av ett begränsat antal observationer i en enskild mätsektion. Frågeställningen är om utförda förstärkningsåtgärder är tillräckliga eller om ytterligare åtgärder behövs för att säkerställa en säker arbetsmiljö, det bärande huvudsystemets framtida funktion eller för att verifiera att det bärande huvudsystemets säkerhetsnivå är acceptabel.



Figur 1-1. Typfall 1 är inriktad på att successivt skatta slutdeformationen som funktion av ny information under pågående berguttag.

*Figure 1-1. Reference case 1 aims at providing an assessment of the final deformation which can be updated with new information from during ongoing excavation.*

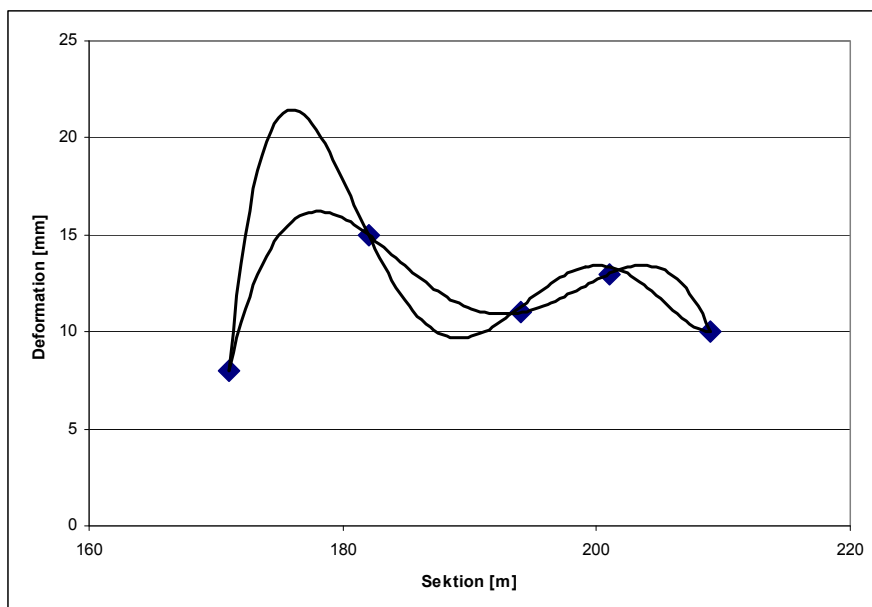
Gemensamt för båda typfallen är att indata kommer från fåtalsprovning. Prognoser på slutdeformation baseras på ett fåtal mätdata från samma mätsektion. Bedömningar om konstruktionens slutgiltiga beteende baseras på mätvärden från ett förhållandevis litet antal mätsektioner, åtminstone i förhållande till den volym berg och mängd förstärkningselement vars beteende bedöms.

Typfall 1 illustreras i figur 1-1. Där visas både resultat av ett antal deformationsmätningar samt ett bedömt (beräknat) deformationsförlopp som funktion av avståndet mellan tunnelfronten och mätsektionen.



### Typfall 2 - Kontroll av att konstruktionen uppfyller ställda krav efter färdigställandet

Typfall avser är att framställa underlag för bedömningar om konstruktionen uppfyller krav på säkerhet och funktion efter färdigställandet. Indata till analysen utgörs av uppmätta slutdeformationer i ett antal mätsektioner. Analysen omfattar att studera deformationens rumsliga fördelning och att upprätta en prognos av slutdeformationerna mellan befintliga mätsektioner. Analysresultaten rumsliga begränsning är de bergkvaliteter och förstärkningsåtgärder där mätdata inhämtats.



Figur 1-2. Typfall 2 avser att skatta hur slutdeformationen fördelas mellan ett fåtal uppmätta värden i mätsektioner. De heldragna linjerna utgör olika tolkningar av möjlig variation på deformationerna mellan mätsektionerna.

*Figure 1-2. Reference case 2 aims at assessing final deformations between the measuring sections. The two lines represent different assessments of deformations between measuring sections.*

Typfall 2 illustreras i figur 1-2. Där visas slutdeformationerna i fem mätsektioner. För att mer i detalj kunna bedöma konstruktionens beteende för den tunnelsträcka som mätningarna avser, behöver man bedöma hur den troliga slutdeformationen fördelas mellan mätsektionerna. I figur 1-2 visas också en principiell skattning av hur slutdeformationerna kan vara fördelade mellan mätsektionerna.

Det föreligger olika acceptansnivåer mellan de två typfallen. Den tidiga bedömningen av konstruktionens uppförande efter färdigställande (typfall 1) är relaterad till risken för den oönskade händelsen att tvingas utföra ytterligare förstärkningsåtgärder innan konstruktionen kan tas i drift. Typfall 2 å andra sidan är relaterad till risken för den oönskade händelsen att den färdiga konstruktionen plötsligt inte kan användas som avsett efter det att anläggningen tagits i drift. Utifrån möjliga konsekvenser av de oönskade händelserna för respektive typfall finns en grund för att acceptera en högre risk i typfall 1. Skulle konstruktionen behöva kompletterande åtgärder för att säkra dess framtida funktion berörs främst parterna som medverkar i byggskedet. Skada på tredje person är vanligtvis inte aktuell, vilket givetvis också påverkar den acceptabla risknivån.

## **2.1 Rapportens struktur**

Rapporten behandlar de ovan beskrivna typfallen. I kapitel 3 beskrivs hur osäkerheter kan klassificeras och hur dimensioneringsproblemet kan omformuleras i observerbara variabler. Teoriutveckling för att kunna analysera problemen redovisas i kapitel 4. Dessa teorier appliceras på verkliga deformationsdata i kapitel 5. I kapitel 6 redovisas en känslighetsanalys och slutsatserna i kapitel 7.

### 3 GRUNDLÄGGANDE BESKRIVNINGAR

#### 3.1 Våra osäkerheter

Dimensionering av konstruktioner i jord och berg innebär att många olika typer av osäkerheter skall bedömas, se till exempel (Einstein och Baecher 1982) eller (Stille et al 2003). Beroende på orsak kan osäkerheter grupperas i olika kategorier. Oftast används termer som systemosäkerhet, modellosäkerhet och osäkerheter i indata. Ett annat sätt är att beskriva osäkerheterna ur ett kunskapsperspektiv. Man talar då om dels *aleatorisk* relaterad osäkerhet, dels en *epistemisk* osäkerhet, se till exempel (Ang & Tang 2007).

Med *aleatorisk* osäkerhet menas variabelers slumpmässiga naturliga variation som exempelvis beskriver egenskaper, belastning eller geometri. Denna typ av osäkerhet kan inte reduceras genom mätningar utan bara kvantifieras. Med *epistemisk* osäkerhet avses bristen på kunskap (information) som kan relateras till matematiska modeller, geologi, materialegenskaper eller geometriska förutsättningar. Denna typ av osäkerhet kan reduceras om ytterligare information anskaffas, exempelvis via mätningar eller andra typer av observationer.

I en ingående studie av (Christian 2004) presenteras problem förknippade med dimensionering av geotekniska konstruktioner utifrån ett sannolikhetsbaserat och ett riskanalytiskt perspektiv. Dessa studier bekräftar att osäkerheter i dimensioneringen primärt är relaterade till bristen på kunskap. Detta innebär i princip att det inte finns en naturlig slumpmässig variation i geotekniska egenskaper utan att de är deterministiska. Det är enbart bristen på fullständig information som gör att den naturliga variationen upplevs och beskrivs som slumpmässig. Frågeställningar vid dimensionering av en konstruktion studeras utifrån en viss geometrisk skala, exempelvis avståndet mellan provtagningspunkter. Avståndet mellan dessa punkter i kombination med den korrelation som finns mellan värden i närliggande punkter, autokorrelation eller fluktuationsavstånd, kan användas för att kvantifiera osäkerheten i den information som dimensioneringen grundas på, det vill säga ett mått på den naturliga slumpmässiga variationen. En förutsättning för att kunna använda detta betraktelsesätt är att egenskapsvärden inhämtas från samma population. I geotekniska sammanhang förväntas att eventuella variationer i konstruktionens beteende härrör från osäkerheterna att fastlägga de naturliga förutsättningarna inom en population.

Därmed kan begreppet domän definieras. Geotekniska konstruktioner som dimensioneras på basis av information från samma population tillhör en domän. För konstruktioner i berg betyder det att domänen utgörs av tunnelsträckor med samma installerade förstärkningsklass. Eftersom konstruktionens beteende styrs av parametrar som bergkvalité, lastsituation, geometri, förstärkningssystemets funktion och installerad förstärkningsmängd, ställer detta krav på de indikatorer och regler som används för att bestämma förstärkningsklass (Stille och Palmström 2003). I princip förväntas deformationerna vara lika stora i domänens alla mätsektioner.

Utöver den fåtalsprovning som är förknippad med byggande i jord och berg aksentueras bristen på kunskap och därmed osäkerheten, av oförmågan att via förenklade modeller i förväg fastlägga geotekniska konstruktioners beteende. Denna brist ger sig till känna under själva byggfasen vilket också (Terzaghi och Peck 1948) betonade när de för första gången formulerade grunderna till observationsmetoden.

Den frekventistiska (klassiska) sannolikheten definieras utgående från att man har ett stort antal försök och sannolikheten definieras som antalet ”lyckade” försök dividerat med totala

antalet försök (*"Long run probability"*). Sannolikheten är alltså helt kopplad till försöksdata från det aktuella försöket. Detta betyder att man behöver stora datamängder. Inom bayesiansk statistik definieras sannolikhet med en utsaga om tilltron (*"degree of belief"*) för att en viss händelse skall inträffa, när all relevant tillgänglig information tas med i övervägandet.

Observationer och information om design- och kontrollparametrar erhålls för undermarksprojekt normalt i form av fåtalsprovning. Det är därför önskvärt att ny information och dragna erfarenheter kan användas för att göra bedömningar om konstruktionens beteende, funktion och kvarvarande designosäkerheter. Med det bayesianska synsättet som grund är det tillåtet att skatta sannolikheter baserat på tilltron till ny information. Det oundvikliga inslaget av subjektivitet i den typen av bedömningar är något som kräver stringent redovisning av fakta, tolkningar och gjorda överväganden.

Det bayesianska synsättet ligger nära de principer som aktiv design och observationsmetoden grundas på. Vid dimensionering av en berganläggning upprättas en modell som beskriver bergmassans och förstärkningens förväntade respons på berguttag. Genom att definiera kontrollparametrar och deras förväntade beteende skapas en a-priori uppfattning om konstruktionens beteende. Under uppförandet av konstruktionen skall data från mätningar och observationer användas för verifiering och eventuell anpassning av design. Detta successiva tillvägagångssätt är i princip ett sätt att löpande reducera osäkerheter i dimensioneringen. Genom att använda statistiska variabler för att beskriva dessa osäkerheter finns också möjligheten till bayesiansk uppdatering. Fördelen med bayesiansk statistik är att tolkningen av resultatet baseras på kontrollparameterns sannolikhetsfördelning istället för på dess konfidensintervall. Med tillräckligt stor datamängd kommer det bayesianska och frekventistiska synsättet att generera samma resultat.

### 3.2 Våra stokastiska variabler

Observationer och mätningar används för att kontrollera konstruktionens beteende och designens funktion under byggfasen. Det är nödvändigt att relatera uppställda krav och formulerade gränstillstånd till mätbara och för problemet relevanta storheter. Inom strukturmekniken används normalt begrepp som lasteffekt och bärförmåga. Det är svårt att på ett tillförlitligt sätt mäta laster och spänningar som verkar på en geokonstruktion. Därför används i geotekniska sammanhang ofta deformationsmätningar för att kontrollera konstruktionens beteende.

Konstruktionens gränstillstånd eller säkerhetsmarginalen (SM) kan skrivas enligt följande:

$$SM = A - P \quad (3.1)$$

Där A är en variabel som beskriver det acceptabla beteendet och där P beskriver det möjliga beteende, uttryckt i en observerbar storhet. Båda faktorerna kan betraktas som stokastiska variabler även om det acceptabla beteendet normalt ges som en deterministisk storhet. Sannolikheten för brott kan sedan beräknas som:

$$p_f = p[SM = (A - P) < 0] \quad (3.2)$$

Variabeln P är normalt en funktion av flera ingående storheter. Det kan vara så kallade basvariabler,  $X_i$ , som beskriver egenskaperna hos medverkande material. Det kan också vara härledda variabler som beskriver den interaktion som kan finnas mellan ingående basvariabler. Detta kallar vi för systemvariabel,  $Y_i$ . Variabeln P kan därför tecknas:

$$P = f(X_i, Y_j) \quad (3.3)$$

Basvariablernas osäkerhet kommer från brist på kunskap, framför allt från den fåtalsprovning som ligger till grund. I princip finns det inget slumpmässigt hos dessa variabler. Vi väljer att betrakta dem som stokastiska variabler även om de till sin natur är deterministiska. Anledningen till detta är att det finns en praktisk gräns på noggrannheten i vår bestämning av dem. Vi kan aldrig undersöka i alla punkter, vilket sätter nivån på vår kunskap om variabelns deterministiska värde. Denna nivå kan vi definiera som variabelns sanna slumpmässighet. Den kan i princip fastställas genom att analysera materialegenskapers variabilitet i förhållande till den skala vi har valt att betrakta problemet. Osäkerheten om variabelns medelvärde och dess spridning kan reduceras med ökad informationsmängd från mätningar och observationer. Det finns ofta en förhandskunskap om dessa egenskaper utifrån våra erfarenheter och allmänna klassificeringssystem. Exempel på basvariabler är bergartens E-modul, hållfasthetsparametrar, enskild sprickas egenskaper, egentyngd, sprutbetongens egenskaper och tjocklek, mm.

Systemvariablernas osäkerhet och de statistiska egenskaperna hos systemvariablerna beror dels på ingående basvariabler, dels på att förenklade modeller används för att beskriva deras samverkan. Detta påverkar därmed hur väl systemets mekaniska beteende kan förutsägas. Viktiga faktorer som bör beaktas är typen av mekaniskt system och komponenternas seghet. Basvariablerna kan i princip vara spröda eller sega. Bergmassan och installerad förstärkning kan samverka på olika sätt. I princip kan den beskrivas som ett seriesystem eller ett parallellsystem. För ett seriesystem bestäms beteendet av den svagaste länken i kedjan. För ett parallellsystem bidrar flera element till systemets styrka. Det betyder att det finns både svagare som starkare element som innebär att styrkan beskrivs av medeluppförandet hos elementen, se till exempel (Stille et al 2003). Exempel på systemvariabler är bergmassans E-modul och hållfasthet samt förstärkningens bärförmåga.

En förutsättning för observationsmetoden är att man kan fastlägga det möjliga beteendet i förväg. Detta betyder att beteendevariabeln  $P$  skall beräknas eller på annat sätt uppskattas. Detta kan göras på flera olika sätt. Känner man de ingående bas- och systemvariablerna kan beteendevariabeln  $P$  beräknas med hjälp av Monte Carlo simulering eller teorier för felpropagering. Alternativt kan empiriska samband eller erfarenheter från liknade situationer användas. Mer om detta är beskrivet i kapitel 3.3 ”Grundläggande begrepp för observationsmetoden” och i avsnitt 4.3.2 ”Bayesiansk statistisk”.

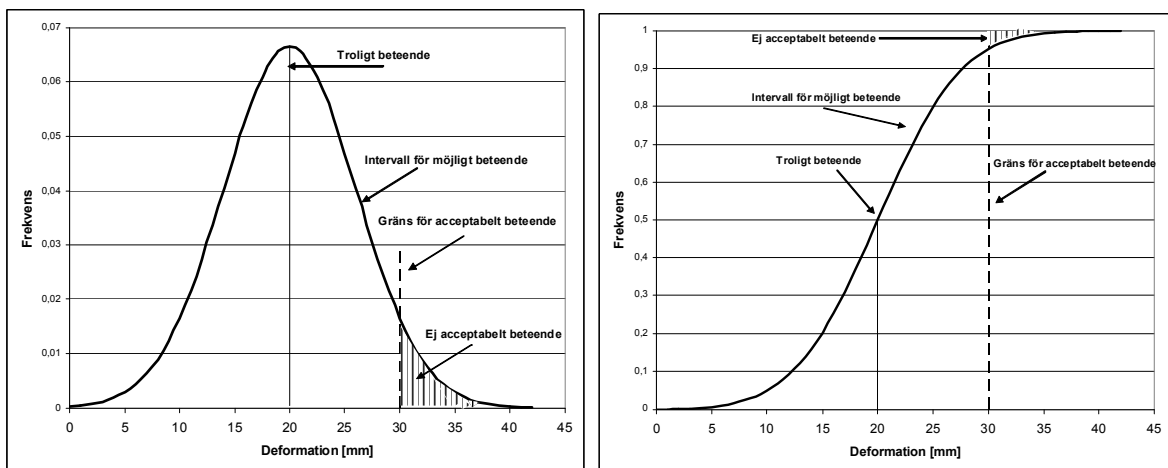
Det finns en pågående diskussion om vilken fördelning som är rimligt att använda för de ingående variablerna. Det är rimligt att anta att åtminstone beteendevariabeln  $P$  kan beskrivas med en normalfördelning. Det är en konservativ betraktelse som stöds av central gränsvärdesatsen. Deformationer kan vara både positiva som negativa. För vissa basvariabler kan negativa värden vara fysikaliskt omöjliga. Detta har normalt mycket liten effekt på resultatet, (Baecher och Christian 2003). Fördelen att använda sig av normalfördelningar är tydliga. Det förenklar beräkningarna och det existerar slutna analytiska lösningar i flera fall. I denna studie har vi därför antagit att alla variabler har en normalfördelning. Denna förenkling innebär inte att den konceptuella modellen ändras utan bara att det förenklar beräkningarna.

### 3.3 Grundläggande begrepp för observationsmetoden

De krav och anvisningar som ges i Eurokod för användning av observationsmetoden repeteras nedan i fri översättning baserat på (EN 1997-1:2004). Begrepp som är understruken används fortsättningsvis i vår redovisning.

- När det är svårt att förutsäga det geotekniska beteendet kan det vara lämpligt att tillämpa det tillvägagångssätt som benämns observationsmetoden, där dimensioneringen granskas och revideras under konstruktionens uppförande.
- Följande krav ska vara uppfyllda innan byggandet startar:
  - Gränser för acceptabelt beteende ska fastställas.
  - Intervall för möjligt beteende skall fastläggas och det skall visas att det finns en acceptabel sannolikhet för att det verkliga beteendet ligger inom fastställda gränser för acceptabelt beteende.
  - En kontrollplan skall upprättas som kan visa om det faktiska beteendet ligger inom gränserna för det acceptabla beteendet. Kontroller ska ske i god tid och med tillräckligt korta intervall för att möjliggöra att framgångsrika kompletterande åtgärder kan vidtagas.
  - En åtgärdsplan skall upprättas som kan användas om mätningarna visar att konstruktionens beteende avviker från det förväntade.
- Under konstruktionens uppförande skall kontroller utföras som planerat.
- Resultaten från kontrollplanen skall utvärderas vid lämpliga skeden och de planerade kompletterande åtgärder skall vidtas om gränserna för acceptabelt beteende överskrids.
- Mätutrustning skall antingen bytas ut eller utökas om de inte tillhandhåller pålitliga data av avsett slag eller i tillräcklig omfattning.

Svårigheten med att förutsäga det geotekniska beteendet definieras i denna studie vara synonymt med osäkerheten att med acceptabel noggrannhet bedöma det bärande huvudsystemets beteende, det vill säga insatta förstärkningsåtgärders verkningssätt och deras samverkan med bergmassan.



Figur 3-1. Begreppsförklaringar och deras samband med normalfördelade deformationer. Sannolikhetsfunktionen visas i den vänstra diagrammet och den kumulativa fördelningen visas i det högra.

*Figure 3-1. Definitions of terms are given relative to deformations that follow normal distribution. The probability function is shown to the left and the cumulative distribution to the right.*

Nedanstående definitioner ansluter till figur 3-1. Dimensioneringsberäkningar eller andra erfarenheter kan ligga till grund för att fastlägga konstruktionens troliga beteende och intervall för möjligt beteende längs tunnelsträckor med samma installerade förstärkningsklass (domän). Dessa beräkningar kan också ligga till grund för att etablera en så kallad a-priori uppfattning

om konstruktionens beteende. Gräns för acceptabelt beteende definieras normalt med ett deterministiskt deformationsvärde som inte får överskridas. Intervall för möjligt beteende i en domän där deformationerna är normalfördelade kan beskrivas med ett medelvärde,  $\mu_0$ , som representerar det troliga beteendet och osäkerheten skattas med hjälp av spridningsmålet (standardavvikelsen),  $\sigma_0$ . Enligt Eurokod skall det även visas att det finns en acceptabel sannolikhet för att det verkliga beteendet ska vara inom fastställda gränser för acceptabelt beteende, se följande diskussion.

I typfall 1 skattas konstruktionens deformationsförlopp i en enskild sektion baserat på ett fåtal observationer. Osäkerheten i den skattade slutdeformationen blir mindre med ökande antal mätvärden, vilket är ett mått på att modellosäkerheten minskar. Sannolikheten för att överskrida gräns för acceptabelt beteende kan skattas utifrån beräkningarna i typfall 1 och därmed jämföras med den acceptabla sannolikheten. Att fastställa den acceptabla sannolikheten under byggskedet är en fråga för projektet. Sannolikheten bör knytas till den risk projektet kan acceptera för att behöva komplettera förstärkningen. I detta fall är domänindelningen enkel eftersom varje mätsektion utgör en domän. Varje observation av deformationerna tillhör samma population. Villkoret är att den installerade förstärkning inte kompletteras med ytterligare mellan mättillfällena. Före drifttagandet måste den färdigställda konstruktionen uppfylla normala krav på bärighet, stadga och beständighet. Dessa krav tillhör typfall 2.

I typfall 2 skattas konstruktionens beteende mellan mätsektionerna baserat på att de verkliga slutdeformationerna från enskilda mätsektioner är representativa stickprov av konstruktionens beteende. Resultatet blir en bedömning av hur konstruktionens intervall för möjligt beteende är rumsligt fördelat i en domän. Med hjälp av osäkerheten i den rumsliga fördelningen kan en skattning göras av sannolikheten för att överskrida gräns för acceptabelt beteende. Denna kan jämföras med den acceptabla sannolikheten som gäller för drifttagandet och den färdigställda konstruktionen med avseende på bärighet, stadga och beständighet.

Sannolikheten för att slutdeformationen,  $D^2$ , i en mätsektion inte överstiger gränsen för acceptabelt beteende,  $d_{gräns}$ , tecknas för normalfördelade data på följande sätt

$$P(d_{gräns} < D) = \Phi\left(\frac{d_{gräns} - \mu}{\sigma}\right) \quad (3.4)$$

där

$d_{gräns}$  = gräns för acceptabelt beteende med avseende på berg eller förstärkning

$\mu$  = domänens medelvärde

$\sigma$  = domänens standardavvikelse

Under förutsättning att gräns för acceptabelt beteende är större än medelvärdet och att deformationer har ett positivt tecken, kan ekvation 3.4 omformas till

$$d_{gräns} = \mu + L\sigma \quad (3.5)$$

där L är en multiplikator relaterad till den acceptabla sannolikheten, till exempel den som gäller för drifttagandet av den färdigställda konstruktionen. I klassisk statistik motsvarar faktorn L den övre gränsen i ett enkelsidigt konfidensintervall, se figur 3-1. Värden på L kan hämtas från normalfördelningens standardtabeller.

<sup>2</sup> Genomgående används konventionen att stokastiska variabler beskrivs med stor bokstav.

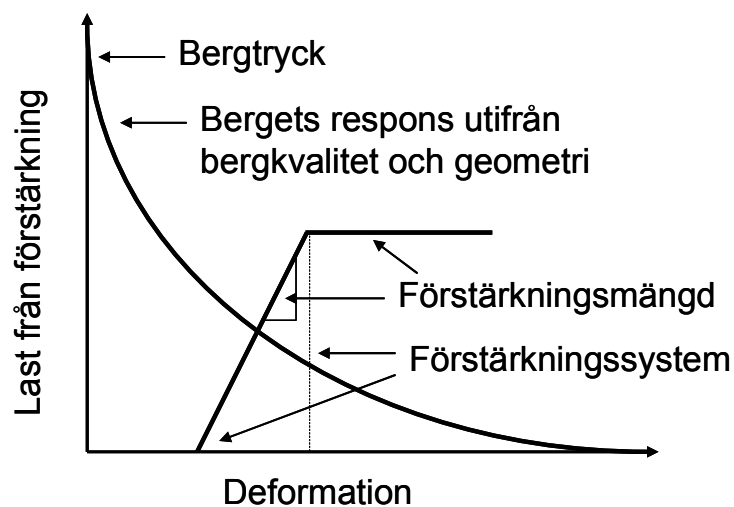
I en dimensioneringssituation kan, som tidigare nämnts, beräkningar eller andra erfarenheter ligga till grund för att fastlägga konstruktionens troliga beteende och intervall för möjligt beteende i förekommande domäner. Enligt krav i Eurokod gällande observationsmetoden kan då följande villkor formuleras

$$\frac{d_{gr\ddot{a}ns} - \mu_0}{\sigma_0} \leq L_{krav} \quad (3.6)$$

där  $L_{krav}$  är värdet som motsvarar den fastställda acceptabla sannolikheten för att inte överstiga gränsen för acceptabelt beteende. För ett hypotetiskt fall där dimensionering av förstärkningen görs med utgångspunkt från att 95 % av tunnelsträckan innan drifttagande skall uppfylla krav som motsvarar gräns för acceptabelt beteende, blir  $L_{krav}=1.65$  för ett enkelsidigt intervall.

### 3.4 Bergmekanisk aspekter på bestämning av domän

Den domänindelning som görs vid dimensioneringen utgår i princip från att den troliga deformationen är densamma för alla mätsektioner. Konstruktionens beteende styrs av ett komplext mekaniskt system med flera ingående parametrar, se figur 3-2. I princip bestäms bergmassans respons på berguttag av bergkvalitén, berganläggningens geometri och bergtrycket (spänningssituation). Förstärkningssystemets utformning bestämmer hur stora deformationer som kan tas upp vid den maximala bärförmågan. Installerad förstärkningsmängd bestämmer styvheten och den maximala bärförmågan.



Figur 3-2. Ett antal parametrar ingår i det komplexa mekaniska systemet som styr konstruktionens beteende, t ex bergkvalité, geometriska förutsättningar, bergtrycket (spänningssituation), förstärkningssystemets utformning och installerad förstärkningsmängd.

*Figur 3-2. A number of parameters have influence on the complex mechanical behaviour that characterise the response after excavation from rock mass and rock support, e.g. rock quality, geometrical conditions, in-situ stress, type of rock support system and rock support quantities.*

Erfarenheter från tunnelprojekt pekar på att det normalt räcker med 3 till 6 klasser, eller domäner, för erhålla en rationell och därmed ekonomisk hantering av förstärkningsinsatserna. I designskedet kan domänindelningen baseras på ingenjörsgelogiska bestämmningar, med stöd från något klassificeringssystem samt geometriska villkor och djupförhållanden.

Som en delmängd av att verifiera konstruktionens beteende måste också den gjorda domänindelningen verifieras. Det kan göras utifrån analys av mätdata. I (Grossauer 2009) beskrivs hur



expertsystem kan användas för att urskilja dels om krypdeformationer (squeezing) förekommer, dels graden av överbelastning av berget genom jämförelse mellan mätvärden och olika normalscenarios.

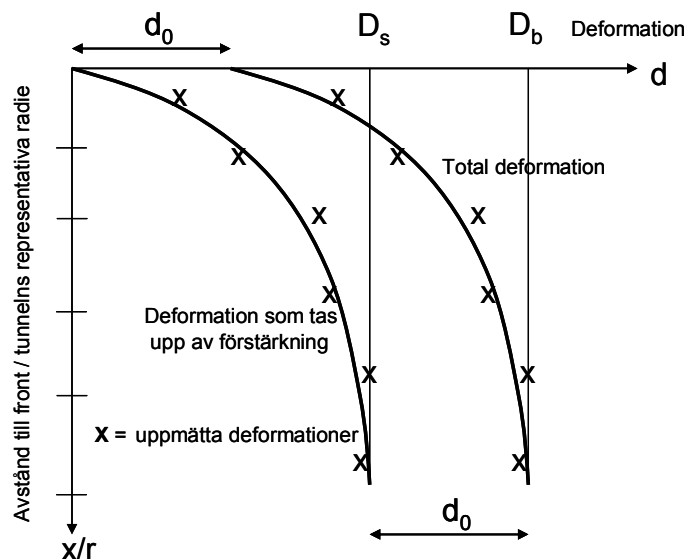
Under byggande kan en grov analys av domäntillhörigheten göras utgående från mätresultat i enstaka mätsektioner. En alltför stor avvikelse från uppmätt trend (medeldeformation) kan vara en indikation på att vi bytt domän. Det allra enklaste sättet är att fastlägga hur stor avvikelse från ett förväntat deformationsvärde som är tillåtet inom en och samma domän.

## 4 GRUNDLÄGGANDE TEORIER

### 4.1 Inledning

För att skapa ett praktiskt verktyg till den aktiva designprocess som observationsmetoden möjliggör har vi eftersträvat att upprätta direkta samband mellan uppmätt deformation, konstruktionens beteende och krav på säkerhetsnivå. Detta har uppfyllts utifrån följande krav och avgränsningar som ställts på analysmetodiken.

1. Säkerhetsnivåer angivna i normer skall kunna appliceras.
2. Sambanden ska beskriva hur deformationer utvecklas vid berguttag och beakta konstruktionens beteende baserat på samverkan mellan berg och förstärkning.
3. Sambanden ska visa att ökad informationsmängd (observationer) minskar osäkerheten med avseende på konstruktionens beteende och därmed på graden av svårighet att fastlägga det geotekniska beteendet.
4. Analysen avgränsas genom att inte explicit beakta osäkerheten i enskilda geotekniska egenskaper.



Figur 4-1. Definition av grundläggande parametrar som beskriver det bärande huvudsystemets principiella beteende.

*Figure 4-1. Definition of reference parameters describing the principle behaviour for the load bearing system which consists of both rock mass and rock support.*

Säkerhetsnivån för berg och förstärkning fastläggs i princip om man för respektive konstruktionselement kan bestämma med vilken sannolikhet slutdeformationen eller töjningen är större än fastlagd gräns för acceptabelt beteende. Detta inbegriper således kontroll av gränserna både för berg respektive förstärkning. Med ett förutbestämt krav på säkerhetsnivån kan problemet teoretiskt beskrivas

$$p(d(x/r = \infty) > d_{gräns}) < p_{krav} \quad (4.1)$$

där

$x$  = avståndet mellan aktuell sektion och tunnelfront

$r$  = tunnelns eller bergrummets representativa radie

$d_{gräns}$  = gräns för acceptabelt beteende, berg eller förstärkning

$p_{krav}$  = angivet säkerhetskrav.

I figur 4-1 definieras de grundläggande parametrar som beskriver det bärande huvudsystemets beteende. Teoretiskt kan bergmassans beteende beskrivas med följande gränsvillkor.

$$x/r = 0 ; d = d_0$$

$$x/r = \infty ; d = d_b$$

där

$d_0$  = deformation som uppstått när tunnelfronten befinner sig i aktuell sektion.

$d_b$  = bergmassans totala deformation.

Den del av den totala deformationen som normalt observeras via mätningar avser konstruktionens beteende när bergmassa och förstärkning samverkar. Den del av deformationen som förstärkningen utsätts för när den installeras direkt invid tunnelfronten beskrivs med följande gränsvillkor.

$$x/r = 0 ; d = 0$$

$$x/r = \infty ; d = d_s$$

där  $d_s$  = förstärkningens totala deformation.

Gränsvillkoren för förstärkningen kan användas oberoende av om förstärkningen installeras på något annat avstånd från tunnelfronten. Vid uppritning blir konsekvensen att förstärkningens deformationskurva inte startar i origo utan vid en punkt längs y-axeln (x/r-axeln) som motsvarar det avstånd på vilket förstärkningen installerats.

#### 4.2 Typfall 1 - Prognos på slutdeformation

En modell för att skatta deformationskurvans trend och slutdeformation har presenterats av (Holmberg och Stille 2007). Den bygger på icke-linjär kurvanpassning och behandlar mätdata från enskilda mätsektioner. De grundläggande teorierna repeteras nedan.

Kurvanpassningen utgår från mätningar av hur deformationerna utvecklas och varje nytt mätresultat kan användas till en ny skattning av deformationsförloppet och slutdeformationen. Funktionen för slutdeformationen och deformationsförloppet som funktion av avståndet till tunnelfronten kan tecknas

$$D_i = f\left(X_1, \dots, X_m \mid \frac{x_i}{r}, d_i\right) \quad (4.2)$$

där

$X_j$  = är stokastiska variabler som påverkar deformationsförloppet men som ej är direkt mätbara, totalt m stycken.

$D_i$  = skattning av slutdeformation som också är en stokastisk variabel.

$x_i/r$  = uppmätta värden på avståndet mellan mätsektion och tunnelfront.

$d_i$  = uppmätta värden på aktuell deformation på avståndet  $x_i/r$ .

Funktionen för deformationsförloppet är relaterad till de bergmekaniska lagarna som gäller för tunnlar deformation i samband med bergguttar. Svårigheter att hitta analytiska lösningar innebär dock att förenklingar måste göras. Flera olika funktioner kan tänkas som kan teckna ett rimligt deformationsförlopp. Nedan icke-linjära uttryck (hyperbel) är en rimlig funktion som kan användas för att teckna ett deformationsförlopp som leder fram till en slutdeformation som beskrivs av figur 4-1. På basis av ovan angivna gränsvillkor avses med ekvation 4.3

total deformation och med ekvation 4.4 den del av den totala deformationen som bergmassa och förstärkning i samverkan utsätts för.

$$\frac{x}{r} = \frac{B(d - D_0)}{D_b - d} \quad (4.3)$$

$$\frac{x}{r} = \frac{B d}{D_s - d} \quad (4.4)$$

där

$B$  = stokastisk variabel som styr deformationsförloppet och ej direkt mätbar.

$D_0$  = stokastisk variabel som betecknar bergmassans deformation som uppkommit när tunnelfronten befinner sig i läget för aktuell mätsektion.

$D_b$  = stokastisk variabel i ekvation 4.3 som betecknar bergmassans slutdeformation (total deformation).

$D_s$  = stokastisk variabel i ekvation 4.4 som betecknar bergförstärkningens slutdeformation.

$d$  = variabel för deterministiska (uppmätta) deformationsvärden

I de allra flesta fall är det förstärkningselementens deformationstålighet i det bärande huvudsystemet som är dimensionerande för bärförmågan hos det samverkande systemet av bergmassa och förstärkning. I den fortsatta framställningen antas att gränsen för konstruktionens acceptabla beteende bestäms av förstärkningssystemets töjnings- eller deformationstålighet. Samma metodik är dock i princip användbar för att bedöma bergmassans deformationstålighet.

Genom att lösa ut variabeln för uppmätt deformation,  $d$ , i ekvation 4.4 kan följande uttryck tecknas för deformationskurvan som funktion av avståndet till tunnelfronten

$$d_i = \frac{\frac{x_i}{r} D_s}{\frac{x_i}{r} + B} \quad (4.5)$$

där

$x_i/r$  och  $d_i$  representerar de  $i=1,2,..n$  par av mätvärden som erhålls då fronten avancerar.

Inversen av detta uttryck tecknas

$$\frac{1}{d_i} = \frac{1}{D_s} + \frac{B}{D_s} \frac{1}{\frac{x_i}{r}} \quad (4.6)$$

Genom variabeltransformation erhålls

$$y = \alpha + \beta x \quad (4.7)$$

där

$$y = \frac{1}{d_i}$$

$$x = \frac{1}{\frac{x_i}{r}}$$

Regressionskoefficienterna är konstanter och tecknas

$$\alpha = \frac{1}{D_s} \quad (4.8)$$

$$\beta = \frac{B}{D_s} \quad (4.9)$$

Ekvation 4.7 är ett linjärt uttryck med de stokastiska variablerna  $\alpha$  och  $\beta$ . Det går därmed att utföra regressionsanalys baserat på uppmätta deformationer som tecknas som funktion av avståndet mellan mätsektion och tunnelfront. Genom regressionsanalys med minsta kvadratmetoden kan man erhålla en skattning på deformationens medelvärde som funktion av  $x$ . Vidare kan också variansen av medelvärdet erhållas som funktion av  $x$  (villkorad varians).

Skattningar av slutdeformationen  $D_s$  kan i princip göras successivt för varje nytt mätvärde som föreligger genom att sätta  $x=0$  i ekvation 4.7. Detta är dock per definition en extrapolation, eftersom det sökta värdet på slutdeformationen inte är en del av intervallet för den datamängd som är underlag till regressionen. Denna osäkerhet behöver beaktas.

När avståndet mellan tunnelfronten och aktuell mätsektion ökar avklingar normalt deformationerna. Det kan betraktas som att osäkerheten om slutdeformationens medelvärde gradvis minskar. Det är därför rimligt att anta att variansen omkring slutdeformationens värde kan reduceras med minskande värden på  $x$  (ökande värden på  $x/r$ ), givet ett avklingande deformationsförlopp. I (Ang och Tang 2007) beskrivs en metodik för att vikta data i samband med linjär regressionsanalys. Denna metod sammanfattas i Appendix A.

Vid prognostisering av deformationsförloppet enligt ovanstående teorier bör data som används kvalitetssäkras. Det är speciellt viktigt för de första mätvärdena då det relativa mätfelet kan vara stort. Det vill säga då värden på deformationer och avstånd till fronten ligger relativt nära upplösningen på mätningarna.

Beräkningsmodellen kräver minst tre mätvärden för att en första skattning av slutdeformationen ska kunna göras. Beräkningsmodellen för deformationsförloppet förutsätter att trenden på deformationen skall avklinga, men inte på något förutbestämt sätt, utan detta bestäms av regressionsparametrarna  $\alpha$  och  $\beta$ . Den prognostiserade slutdeformationen bör därför alltid jämföras och relateras till konstruktionens förväntade beteende baserad på dimensioneringsberäkningar och erfarenheter från liknande bergförhållanden.

### 4.3 Typfall 2 - Kontroll av konstruktionens slutgiltiga säkerhetsmarginal

För att bedöma konstruktionen uppfyller ställda krav på säkerhet och funktion styrs kraven på analysmetodik i huvudsak av mängden mätsektioner och antalet uppmätta slutdeformationer. Med ett tillräckligt antal mätsektioner i en domän kan analysen omfatta en prognos av slutdeformationerna mellan befintliga mätsektioner och därmed medverka till en mer detaljerad bedömning deformationernas rumsliga fördelning. För detta används kriging.

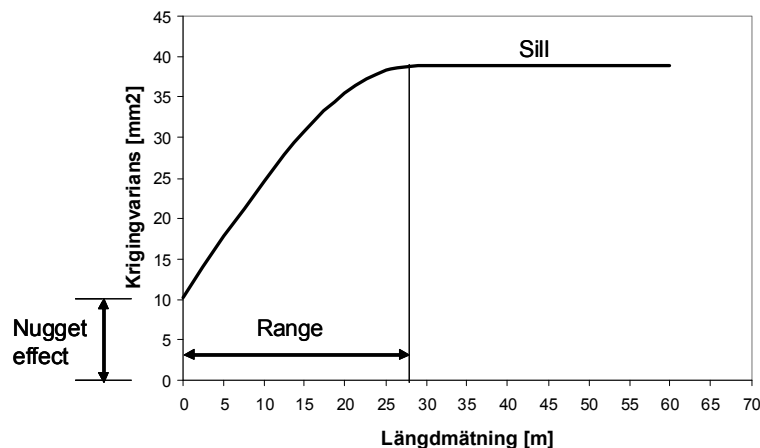
Med begränsad mängd information avgränsas möjligheterna till detaljerad analys. Underlag för att bedöma stabiliteten längs en tunnelsträcka baserad på uppmätta deformationer i ett fåtal enskilda mätsektioner kan i detta fall baseras på dimensioneringsberäkningar i kombination med bayesiansk statistik.

### 4.3.1 Kriging

En domän utgörs av en eller flera tunnelsträckor med liknande bergmekaniska förutsättningar och samma typ av förstärkning. För en domän kan vi påstå att tunnelns deformationer i medel inte ändras om vi förflyttar oss en sträcka,  $s$ , längs tunneln. Vidare verkar det rimligt att anta att variansen i deformationerna bara beror på avståndet mellan punkterna och inte av det exakta läget (Andersson et al 1984). Detta kan matematiskt uttryckas som

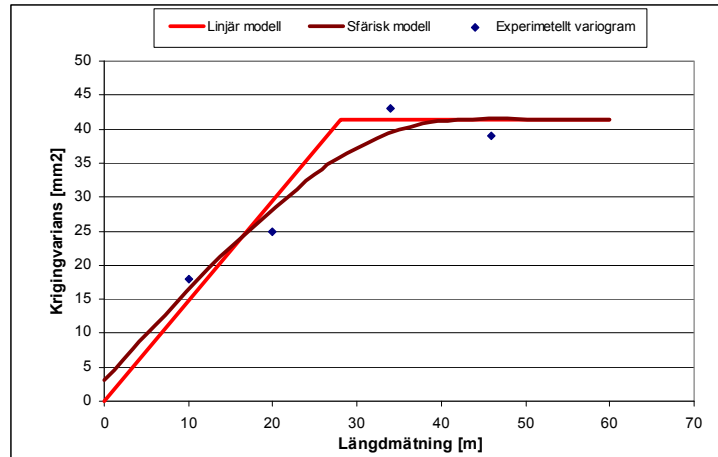
$$E([H(x+s) - H(x)]^2) = 2\gamma \quad (4.10)$$

Funktionen  $\gamma(s)$  kallas variogram. Den är uppenbarligen ett mått på den rumsliga variationen eftersom den uttrycker den genomsnittliga skillnaden i ett parametervärde, t.ex. deformationer, för två mätsektioner som befinner sig på avståndet,  $s$ , från varandra. I praktiken innebär detta att man grupperar data i klasser, där data kommer från mätsektioner med avstånd inom ett visst intervall, och använder medelavståndet mellan mätsektionerna som ingår i en klass för att konstruera ett experimentellt variogram. Parametern  $\gamma$ , är krigingvariansen och  $\sqrt{\gamma(s)}$  är den genomsnittliga standardavvikelsen baserad på krigingvariansen mellan två sektioner som befinner sig på avståndet,  $s$ , från varandra. Om parametern  $\gamma$  är oberoende av avståndet,  $s$ , beskriver den i princip parametrarnas varians och i fall variogrammet avser uppmätta deformationer längs en tunnelsträcka beskrivs deformationens varians. För att beskriva deformationernas rumsliga variation på detta sätt måste  $\gamma(s)$  skattas från observationer inom en domän, det vill säga för en viss bergkvalitet och förstärkningsinsats.



Figur 4-2. Exempel på variogram samt begreppsförklaringar som är relaterade till kriging.  
 Figure 4-2. Example variogram and the terms associated with kriging.

Variogrammet beskriver den rumsliga variationen. För mätsektioner som ligger mycket nära varandra i en domän kommer troligtvis beloppet på deformationerna inte att uppvisa samma variation som för mätsektioner på något längre avstånd. För ett visst avstånd kommer deformationsbeloppet troligen att uppvisa en variation som i stort sett är oberoende av avståndet. Detta beskriver hur den naturliga variationen beror på den skala vi använder för att studera ett dimensioneringsproblem. Begrepp som används för att beskriva hur variationen varierar med avståndet är "sill", "range" och "nugget effect", se figur 4-2. I princip bör problemets natur styra skalan för att bedöma parametrarnas rumsliga variation, men i praktiken bestäms ofta skalan baserat på tillgänglig information om de geotekniska förhållandena.



Figur 4-3. Baserat på ett experimentellt variogram konstrueras ett modell variogram, här exemplifierat med både ett linjärt och ett sfäriskt variogram.

Figure 4-3. A model variogram is based on an experimental variogram, here exemplified with both a linear and a spherical variogram.

För att skatta deformationerna i en godtycklig vald sektion kan vi användas oss av något som kallas för punktkriging. Kort innebär det att vi antar att den sökta deformationen,  $d$ , i sektionen,  $o$ , är en viktad linjärkombination av våra uppmätta värden,  $d_i$ , från omgivande mätsektioner. Vikterna skall väljas så att felet minimeras och blir därmed beroende på variogrammet i fråga. Vi får då ett linjärt ekvationssystem, det så kallad krigingsystemet, som kan lösas.

$$\sum_{j=1}^n \varpi_j \cdot \gamma_{ij} + \mu = \gamma_{i0} \rightarrow \forall i = 1, \dots, n \quad (4.11)$$

$$\sum_{i=1}^n \varpi_i = 1 \quad (4.12)$$

Där  $\mu$  är en s.k. Lagrangemultiplikator,  $\varpi$  är de sökta vikterna och  $\gamma_{ij}$  är värdet på variogrammet för avståndet,  $s_{ij}$ , mellan punkterna  $i$  och  $j$ . se även figur 4-3. Vidare är  $\gamma_{i0}$  variogrammets värde för avståndet,  $s_{i0}$ , mellan mätpunkt,  $i$ , och den sökta sektionen,  $o$ . Vår uppskattning av uppförandet,  $d_o$ , i vår sökta sektion blir

$$d_o = \sum_{i=1}^n \varpi_i \cdot d_i \quad (4.13)$$

Och variansen blir

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^n \varpi_i \cdot \gamma_{i0} + \mu \quad (4.14)$$

Vi ser att variansen går mot noll när vi närmar oss en mätsektion eftersom  $\gamma(s)$  går mot noll. Vidare att variansen är oberoende av mätvärdena, vilket innebär att man kan uppskatta nyttan av att göra mätningar innan man börjar mäta. Även nyttan av alternativa placeringar av mätsektioner kan undersökas.

Genom att approximera det experimentella variogrammet med en linjär kurva, se figur 4-3, längs den del som motsvarar ”range” och ansluta denna till ”sill” kan krigingsystemet lösas analytiskt med slutna lösningar. Med hjälp av dessa lösningar kan inverkan av faktorer lättare

utvärderas. För ett antal typfall har lösningar framtagits och de redovisas i Appendix B. Denna analysmetod bygger på att ett experimentellt variogram kan konstrueras utifrån föreliggande data. För det krävs flera mätsektioner och därmed relativt långa sträckor av samma domän. Alternativet är att använda ett modell variogram som baseras på erfarenheter från liknade domäner. Detta är en viktig forskningsuppgift. Variogram baserat på erfarenheter skulle också kunna användas innan vi börjar mäta, det vill säga för att bestämma vilket avstånd som erfordras mellan mätsektionerna för att osäkerheten (krigingvariansen) skall vara acceptabel.

#### 4.3.2 Bayesiansk statistik

Där endast en begränsad mängd information finns om slutdeformationerna går det inte att bedöma den rumsliga variationen mellan mätsektionerna, d.v.s. analysen betraktar data från slutdeformationer som oberoende av data från slutdeformationer i närliggande sektioner. En skattning av konstruktionens möjliga beteende kan då göras med bayesiansk statistik. Fråganställningen är densamma, d.v.s. att bedöma stabiliteten längs en tunnelsträcka baserad på uppmätta deformationer i ett antal enskilda mätsektioner i samma domän. För att använda denna analysmetodik behövs förhandskunskap eller a-priori uppfattning (prediktion) om deformationernas troliga värde och möjliga variation. Denna kan baseras på dimensioneringsberäkningarna eller på erfarenhet. Därmed finns en uppfattning om variabeln  $P$ , d.v.s. tunnelns medeldeformation och dess möjliga spridning.

I figur 3-1 visades sannolikhetsfunktionen och den kumulativa fördelningen av konstruktionens möjliga beteende. Låt dessa diagram exemplifiera en bayesiansk prediktionsfördelning för en variabel  $P$  där medelvärdet,  $\mu_0$ , representerar konstruktionens troliga beteende och där standardavvikelsen,  $\sigma_0$ , representerar den totala osäkerheten i konstruktionens beteende. För en normalfördelning beskrivs konstruktionens möjliga beteende med följande ekvation.

$$P \in N(\mu_0, \sigma_0) \quad (4.15)$$

Den totala osäkerheten,  $\sigma_0$ , beaktar dels medelvärdets spridning,  $\sigma'$ , dels parameterens spridning,  $\sigma$ . Den totala osäkerheten tecknas

$$\sigma_0 = \sqrt{\sigma^2 + \sigma'^2} \quad (4.16)$$

och för medelvärdet gäller

$$\mu_0 = \mu' \quad (4.17)$$

För normalfördelade parametrar  $N(\mu, \sigma)$  där  $\sigma$  är känt och under antagandet att a-priori uppfattningen om det okända medelvärdet för variabeln  $P$  är en normalfördelning,  $N(\mu', \sigma')$ , följer att funktionens fördelning efter uppdatering, a-posteriori, också är en normalfördelning (konjugerad prior). Under förutsättning att det existerar en förhandsuppfattning om medelvärdet  $\mu'$ , och medelvärdets spridning,  $\sigma'$ , går det att uppdatera det möjliga beteendets medelvärde och standardavvikelse med en sluten lösning. Genom uppdatering hanteras då ny information om konstruktionens möjliga beteende som tillkommit av  $n$  stycken observationer av den stokastiska variabeln  $P$ , beskriven med medelvärdet,  $\bar{p}$ . Konstruktionens möjliga beteende efter uppdatering, a-posteriori, kan tecknas med bayesiansk uppdatering på följande sätt.

$$X \in N\left(\mu'', \sqrt{\sigma^2 + \sigma''^2}\right) \quad (4.18)$$

där



$$\mu'' = \frac{\bar{p}\sigma'^2 + \mu'\sigma^2/n}{\sigma'^2 + \sigma^2/n} \quad (4.19)$$

$$\sigma'' = \sqrt{\frac{\sigma'^2\sigma^2/n}{\sigma'^2 + \sigma^2/n}} \quad (4.20)$$

$\mu'$  = förhandsuppfattning (a-priori) om det möjliga beteendets medelvärde

$\sigma'$  = förhandsuppfattning (a-priori) om medelvärdets standardavvikelse

$\sigma$  = parameterens standardavvikelse (känd)

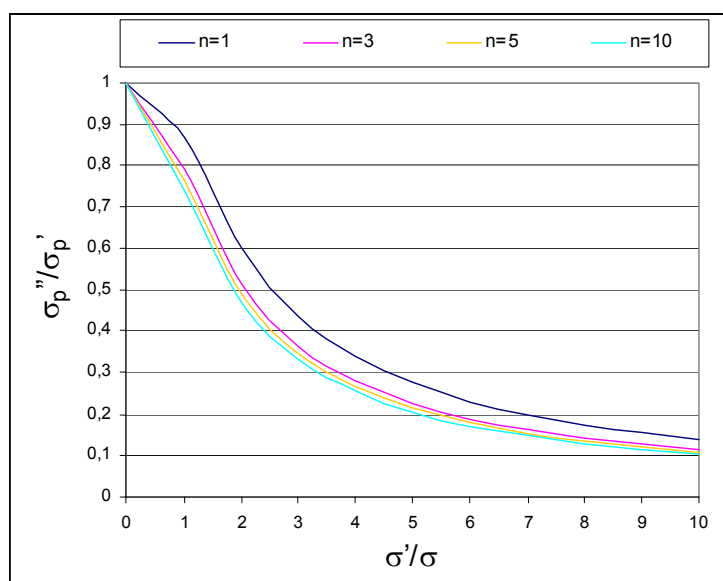
$\bar{p}$  = ny information om det möjliga beteendets medelvärde (=  $\Sigma p_i/n$ )

$n$  = antal observationer (mätvärden).

En intressant egenskap är att vi kan beräkna hur variansen (osäkerheten) reduceras utan direkt användning av mätvärden, se ekvation (4.20). Variansen eller standardavvikelsen beror bara på antalet observationer,  $n$ , som vi planerar att utföra. Medelvärdet beror däremot av resultaten från mätningarna, se ekvation (4.19). Den totala osäkerheten a-priori, respektive aposteriori, kan med hjälp av ekvation 4.16 tecknas

$$\sigma'_{:p} = \sqrt{\sigma^2 + \sigma'^2} \quad (4.21)$$

$$\sigma''_{:p} = \sqrt{\sigma^2 + \sigma''^2} \quad (4.22)$$



Figur 4-4. Förhållandet mellan den totala osäkerheten efter mätning och uppdatering av medelvärdets standardavvikelse samt totala osäkerheten före mätningar (y-axel), beror av förhållandet mellan förhandsuppfattningen av medelvärdets spridning och parameterens spridning (x-axel) samt antalet observationer,  $n$ .

*Figure 4-4. The relationship between the total uncertainty after measurements and updating of the standard deviation relative to the mean value, and the total uncertainty before measurements (y-axis) depends on the relationship between the prior assumption of the mean value standard deviation and the sample standard deviation (x-axis), as well as on the number of observations.*

Mätningar och observationer bidrar till ny information som kan användas till att reducera osäkerheten i förhandsuppfattningen av medelvärdets standardavvikelse. Då kommer också osäkerheten att reduceras i förhandsuppfattningen av den totala osäkerheten. Det är möjligt att studera hur antalet mätningar påverkar den totala osäkerheten före och efter mätningar genom att bilda kvoten mellan ekvation (4.21) och (4.22), samt använda ekvation 4.20 för den uppdaterade spridningen,  $\sigma''$ . Då erhålls följande uttryck.

$$\sigma_p'' = \sigma_p' \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{\sigma'}{\sigma}\right)^2 \cdot \frac{1}{1 + \left(\frac{\sigma'}{\sigma}\right)^2 \cdot n}}{1 + \left(\frac{\sigma'}{\sigma}\right)^2}} \quad (4.23)$$

I figur 4-4 visas resultat från beräkningar med ekvation (4.23). För en tunnelsträcka i en och samma domän visas att den relativa reduktionen i total osäkerheten efter mätningar och uppdatering av medelvärdets standardavvikelse minskar med ökande antal observationer. Vidare att nyttan av observationer är störst när förhandsuppfattningen av medelvärdets spridning är större än spridningen i mätvärden från enskilda mätsektioner. Den relativa osäkerheten i förhandsuppfattningen är stor när förhållandet mellan  $\left(\frac{\sigma'}{\sigma}\right)$  är stort. Beräkningarna visar också att

enstaka observationer ger ett förhållandevis större bidrag än en massiv mättingsinsats och att nyttan av fler än tre stycken observationer är marginell.

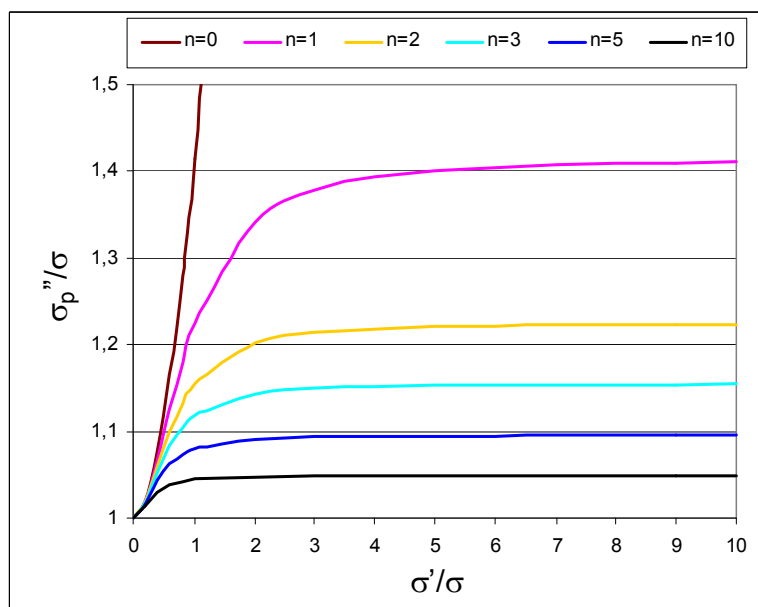
Man kan också beräkna hur den totala osäkerheten minskar som en funktion av antalet mätningar och av förhandsuppfattningen om medelvärdets spridning. Det görs genom att substituera förhandsuppfattningen av den totala osäkerheten innan mätningar,  $\sigma_p'$ , i ekvation (4.23) med ekvation (4.21). Efter förenkling erhålls då följande uttryck.

$$\sigma_p'' = \sigma \sqrt{1 + \left(\frac{\sigma'}{\sigma}\right)^2 \cdot \frac{1}{1 + \left(\frac{\sigma'}{\sigma}\right)^2 \cdot n}} \quad (4.24)$$

I figur 4-5 visas resultat från beräkningar med ekvation (4.24). Diagrammet visar hur den relativa reduktionen av förhandsuppskattningen med avseende på den totala osäkerheten är beroende av antalet observationer (mätningar) samt av den relativa osäkerheten i förhandsuppfattningen om medelvärdets spridning som beskrivs av förhållandet  $\left(\frac{\sigma'}{\sigma}\right)$ , där  $\sigma$  spridningen i

mätvärdens mellan enskilda mätsektioner. För en tunnelsträcka i en och samma domän är nyttan av mätningar störst när osäkerheten i förhandsuppfattningen av medelvärdets spridning är större än osäkerheten beträffande spridningen i mätvärden från enskilda mätsektioner. Den totala osäkerheten efter mätningar ökar inte när den relativa osäkerheten i förhandsuppfattningen om medelvärdets spridning är  $> 3-5$ , beroende på antalet mätningar. Den relativa reduktionen av den totala osäkerheten minskar med ökande antal observationer och som väntat är reduktionen störst när en observation görs relativt alternativet att inte göra någon observation. Vi ser att nyttan av fler än 5 observationer är marginell.

Som tidigare nämnts går det via dimensioneringsberäkningar eller baserat på erfarenheter, att etablera en förhandsuppfattning om medelvärdets möjliga beteende,  $\mu_0$ , och om dess spridning,  $\sigma_0$ , för en viss bergkvalitet och förstärkningsinsats (domän). Dessa värden kan användas som fördelningen a-priori under förutsättning att standardavvikelsen,  $\sigma$ , är känd. Standardavvikelsen beskriver vilken spridning som kan förväntas mellan deformationsvärden uppmätta i enskilda mätsektioner. Villkoret är att den uppskattade totala osäkerheten,  $\sigma_0$ , är större än värdet på  $\sigma$ .



Figur 4-5. Relationen mellan den totala osäkerheten och parameterns standardavvikelse (y-axel), efter mätningar samt uppdatering av förhandsuppfattningen av medelvärdets standardavvikelse, beror på förhållandet mellan förhandsuppfattningen av medelvärdets standardavvikelse och parameterns standardavvikelse samt antalet observationer.

*Figure 4-5. The relationship between the total uncertainty and the sample standard deviation (y-axis), after measurements and updating of the standard deviation relative to the mean value, depends on the relationship between prior assumption of the mean value standard deviation and the sample standard deviation (x-axis) as well as on the number of observations.*

I praktiskt ingenjörarbete betyder det att vår a-priori uppfattning om de statistiska parametrar som beskriver det möjliga beteendet erhålles med följande ekvationer:

$$\sigma' = \sqrt{\sigma_0^2 - \sigma^2} \quad (4.25)$$

$$\mu' = \mu_0 \quad (4.26)$$

Utgångspunkten är att den underliggande variationen är känd och den beror som tidigare diskuterats på den skala som variationen avser. När man som i detta fall bortser från rymdberoendet hos den studerade parametern blir skalan lika med domänens storlek. Det betyder att basyiansk uppdatering i en stor domän alltid kommer att visa på större variationer än vid kriging där parameterns rumsliga variation kan beaktas. Slutsatsen blir att basyiansk uppdatering har sitt användningsområde för domäner med ett fåtal observationer. En förutsättning är att den underliggande variationen är känd. Om inte så är fallet finns det mer generella ekvationer för uppdatering som kan användas. Dessa är dock komplicerade och deras användningsområden i praktiskt ingenjörarbete behöver utredas separat.

Dagens begränsade kunskap pekar på att den underliggande variationen kan uppfattas som känd. En första ansats är att betrakta variationskoefficienten,  $\delta$ , som känd eller accepterad. Variationskoefficienten betecknas olika inom den statistiska litteraturen ibland också såsom COV eller bara med V. För en tunnelsträcka i en och samma domän kan då variationskoefficienten användas för att skatta den förväntade spridningen mellan slutdeformationer uppmätta i enskilda mätsektioner på följande sätt:

$$\sigma = \mu\delta \quad (4.27)$$

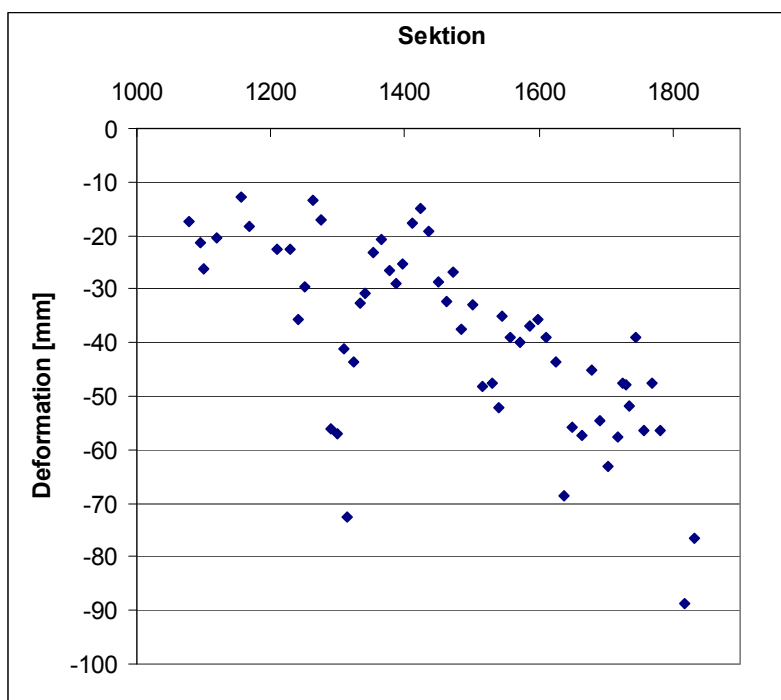
## 5 TILLÄMPNINGSEXEMPEL

Detta avsnitt innehåller ett tillämpningsexempel. Data från uppmätta deformationer analyseras med avseende på typfall 2 vars syfte är att framställa underlag för bedömningar av om konstruktionen uppfyller ställda krav på säkerhet och funktion. Diskussionen omfattar:

- Domänindelning
- Verifiering av domänindelning utifrån utförda mätningar
- Deformationernas rymdberoende och relevant skala analyseras med variogram
- Deformationernas rumsliga fördelning analyseras med punktkriging
- Bayesiansk uppdatering baserad på fåtalsmätningar
- Koppling mellan typfall 1 och typfall 2.

### 5.1 Mätdata och domänindelning

I samarbete med Professor Wulf Schubert Tekniska Högskolan i Graz och institutionen för Bergmekanik och Tunnelbyggnad, har vi fått möjlighet att studera deformationsdata från 58 mätsektioner fördelade längs en 800 m lång sträcka av Strengertunneln. Bergtäckningen på sträckan är cirka 500 m och tunnelns spännvidd cirka 8 m. Vi använder resultaten från mätningar av tunneltakets deformation som kontrollparameter för det bärande huvudsystemets geotekniska beteende. Bergförhållanden har under uppförandet klassificerats med ett österrikskt klassningssystem som i stort indikerar att det är samma bergklass längs hela tunnelsträckan. Vi utgår därför från att data kommer från en och samma domän. De uppmätta deformationerna visas i figur 5-1 och pekar på en storskalig trend med tilltagande deformationer i förhållande till längdmätningen.



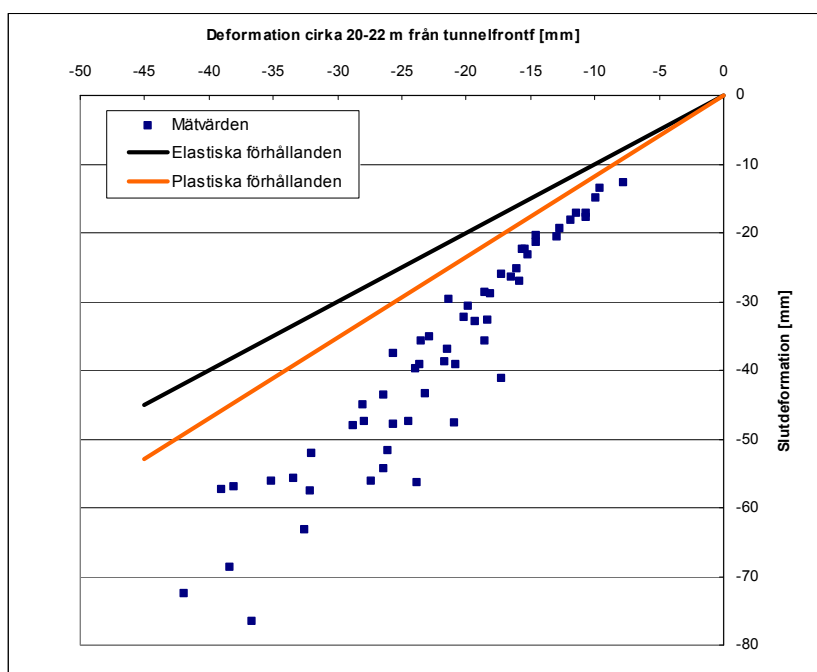
Figur 5-1. Resultaten från mätningar av tunneltakets deformationer i 58 mätsektioner.

*Figure 5-1. Results from monitoring of roof settlements in 58 measuring sections.*

Det bärande huvudsystemets respons efter bergguttag och tunnelfrontens avancemang kan grovt karakteriseras utifrån om dominansen av elastiska, plastiska eller viskösa deformationer. Utifrån teoretiska studier kan avklingningen av deformationerna med avståndet till tunnel-

fronten bestämmas. Vid elastiska förhållanden har deformationerna avklingat vid mätsektionen när tunnelns front avancerat ett avstånd som motsvarar cirka 6 gånger tunnelradien. Om bergmassan uppvisar plastiska deformationerna ökar detta avstånd och deformationerna avklingar när tunnelns front för de flesta praktiska fall har avancerat ett avstånd motsvarande cirka 10 till 12 gånger tunnelradien. Det teoretiska avståndet beror på den plastiska zonens tjocklek runt tunneln (Panet och Guenot 1982) och (Pilgerstorfer 2008).

Figur 5-2 visar uppmätt deformation vid ett avstånd till tunnelns front som motsvarar cirka fem gånger tunnelradien (x-axeln) förhållandet till uppmätt slutdeformationen för alla mätsektioner (y-axeln). När tunnelns front avancerat cirka 5 gånger tunnelradien från den aktuella mätsektionen skall enligt teorin för elastiska förhållanden 98 % av slutdeformationen ha uppnåtts, och för plastiska förhållanden skall motsvarande belopp vara cirka 85 % av slutdeformationen. Dessa båda linjer visas också i diagrammet. Vi ser att verkliga deformationsförloppet har ett tydligt visköst inslag eftersom slutdeformationen är betydligt större än det som förväntas med enbart plastiska förhållanden. Den viskösa responsen tilltar mer eller mindre linjärt med ökande deformationer.



Figur 5-2. Det förhållande som bildas mellan uppmätta deformationsvärden visas vid ett avstånd till tunnelns front motsvarande cirka fem gånger tunnelradien (x-axeln) och när slutdeformationerna uppnåtts (y-axeln). Bergmassans respons efter bergguttag kan karakteriseras med ett tydligt visköst inslag.

*Figure 5-2. The relationship that forms between measured deformations are shown at a distance to the tunnel face which is approximately 5 times the tunnel radius (x-axis) and when the final deformation has been reached (y-axis). The rock mass response to excavation has a viscous character.*

I tabell 1 visas resultatet av en enkel statistisk analys som baseras på att uppmätta data är oberoende. I figur 5-3 visas deformationernas kumulativa empiriska fördelning samt dess normalfördelning med medelvärdet och standardavvikelsen som redovisats i tabell 5-1.

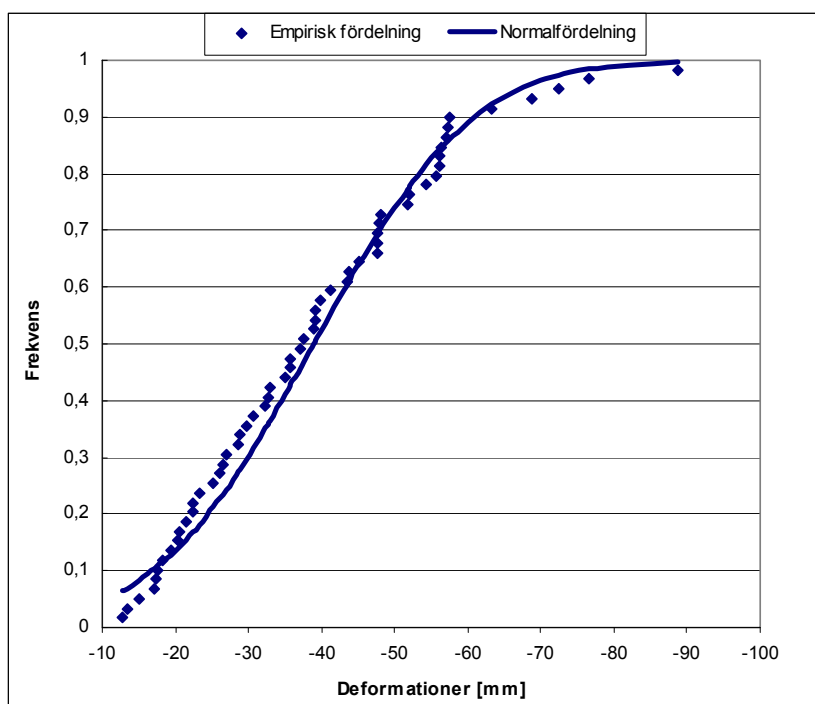
Mätdata ansluter väl till den beräknade normalfördelningen och utifrån detta perspektiv är det möjligt att analysera den fastlagda domänindelningen och konstruktionens geotekniska beteende med de teorier som presenterades i kapitel 4.

Intervall för konstruktionens möjliga beteende kan beräknas med hjälp av den normalfördelning som visas i figur 5-3. Gräns för acceptabelt beteende är det deformationsvärde som inte får överskridas med hänsyn till bärighet, stadga och beständighet. Detta deterministiska värde är inte känt utifrån de tunneldata vi fått ta del av, men kan antas i inom ramen för syftet med detta tillämpningsexempel. Målsättningen är att skatta konstruktionens beteende mellan mätsektionerna utifrån förutsättningen att vi känner slutdeformationerna i enskilda mätsektioner. Därmed kan man också diskutera om det finns en acceptabel sannolikhet för att konstruktionens verkliga beteende ligger inom fastställda gränser för acceptabelt beteende.

Tabell 5-1. Sammanställning av uppmätta deformationers statistiska parametrar.

*Table 5-1. A summary of the measured deformations statistical parameters.*

Tunnelsträcka	Slutdeformation Medelvärde [mm]	Slutdeformationer Standardavvikelse / Varians [mm] / [mm <sup>2</sup> ]	Variationskoefficient (ekvation 4.27)
Hela domänen	38.9	17.2 / 296	0.44



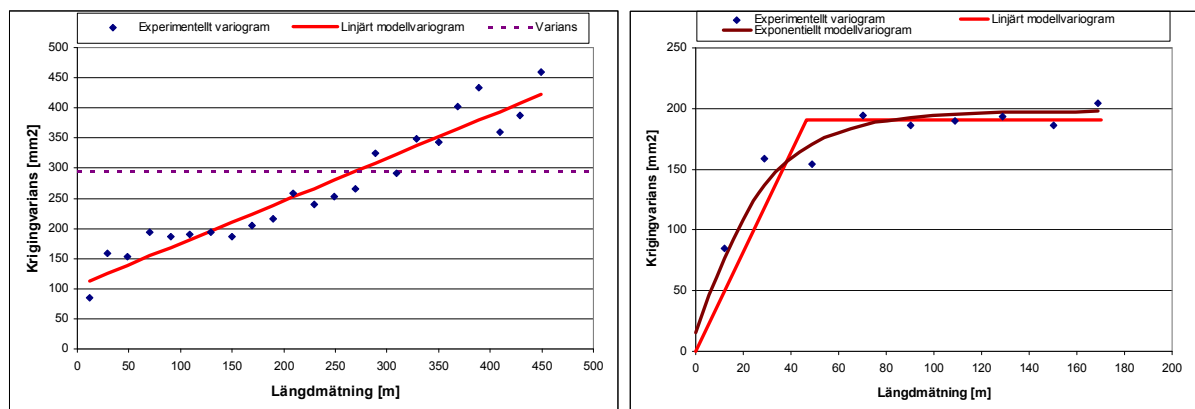
Figur 5-3. Uppmätta deformationers kumulativa empiriska fördelning samt normalfördelning med medelvärde och standardavvikelse från tabell 5-1.

*Figure 5-3. Measured deformations empirical cumulative distribution and normal distribution with parameters from table 5-1.*

## 5.2 Variogram

För att kunna bedöma den rumsliga fördelningen av konstruktionens geotekniska beteende i domänen, behöver både ett experimentellt variogram och ett modellvariogram konstrueras. Vi har med (GS<sup>+</sup>, Gamma Design Software) beräknat det experimentella variogrammet för två

olika skalor, se figur 5-4. Vi konstaterar att det finns en rymdkorrelation, med en tydlig ”range” och ”sill”, mellan uppmätta deformationsvärden om skalan på det experimentella variogrammet är omkring 170 m. Men om deformationsdata studeras utifrån en skala som är större än 170 m pekar det experimentella variogrammet på att variansen inte för något avstånd är oberoende av avståndet. Det är också rimligt eftersom det finns en trend med ökande deformationer i förhållande till längdmätningen, se figur 5-1. För båda skalorna kan ett modellvariogram konstrueras.



Figur 5-4. Modellvariogram har konstruerats på basis av experimentella variogram för två olika skalor.

*Figure 5-4. Model variograms have been devised based on experimental variograms for two different scales.*

För det experimentella variogrammet som baseras på deformationsvärden från mätsektioner inom 170 m avstånd (skala) erhålls bäst passning med ett exponentiellt modellvariogram. Det går även att anpassa detta till en linjär modell enligt beskrivning i Appendix B. För den linjära modellen bedöms ”range” vara omkring 45 m och ett approximativt värde på ”sill” (krigingvarians) är ungefär  $200 \text{ mm}^2$ . Krigingvariansen är i detta fall lägre än hela domänen varians när den beräknas för oberoende data, se tabell 5-1. Den exponentiella modellens ”range” är cirka 75 m och har också en ”nugget” som är ungefär  $15 \text{ mm}^2$ . Vi ser att val av modell för att konstruera och beskriva det experimentella variogrammet har inverkan på hur rymdberoendet modelleras.

### 5.3 Deformationernas rumsliga fördelning

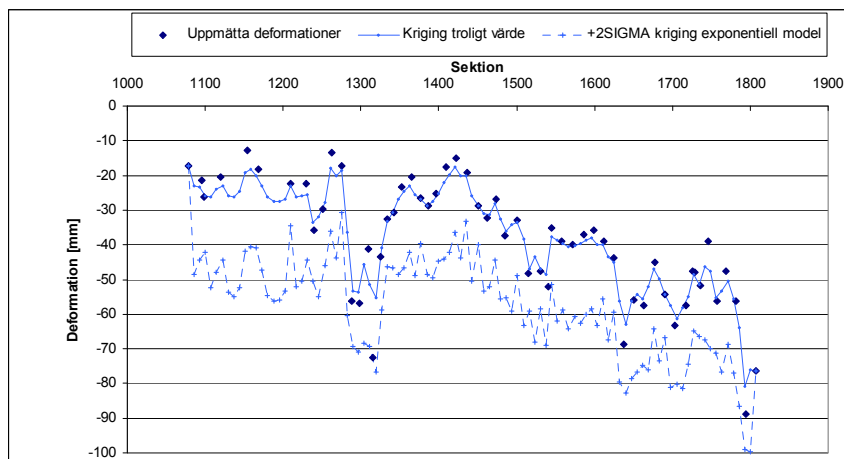
Med hjälp av det konstruerade modellvariogrammet kan man skatta den rumsliga fördelningen av deformationerna. Osäkerheten i skattningen, som representeras av krigingvariansen, kan ligga till grund för en bedömning av sannolikheten för att gräns för acceptabelt överskrids någonstans på tunnelsträckan mellan mätsektionerna. Denna sannolikhet kan sedan jämföras med den acceptabla sannolikheten som gäller för drifttagandet av den färdigställda konstruktionen med avseende på bärlighet, stadga och beständighet.

I vårt exempel är det rimligt att tillgodoräkna sig den korrelation som finns mellan deformationsvärden i närliggande mätsektioner när osäkerheten om konstruktionens möjliga beteende mellan mätsektionerna skall kvantifieras. Medelavståndet mellan mätsektionerna är cirka 13 m, vilket är långt under det avstånd (”range”) inom vilket vi funnit att deformationerna har ett rymdberoende, se figur 5-4.

Utgående från det konstruerade variogrammet och den exponentiella modellen har vi beräknat den troliga deformationen samt osäkerhet i form av krigingvarians mellan mätsektionerna.

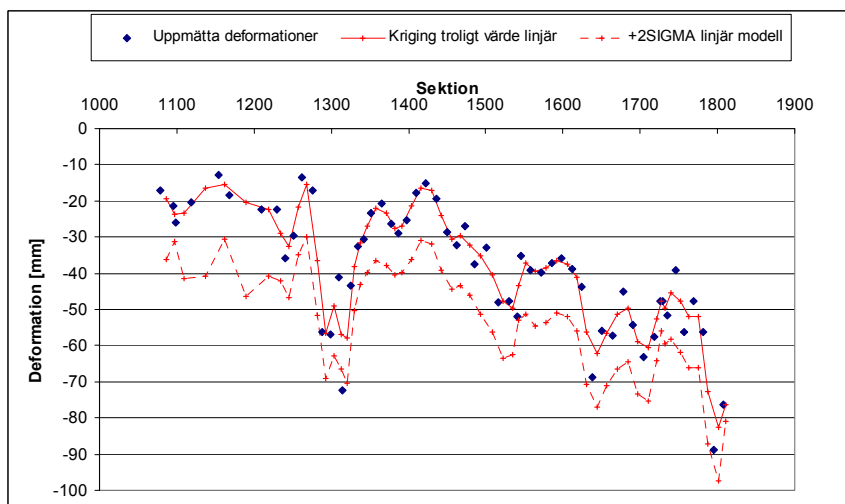


Resultatet redovisas i figur 5-5 där vi valt att representera osäkerheten relativt större deformationer med dubbla standardavvikelsen ( $+2\sigma$ ). Det vill säga den genomsnittliga standardavvikelsen baserad på krigingvariansen. I figur 5-5 visas också uppmätta deformationsvärden och vi konstaterar att dessa ligger inom två standardavvikelser från de troliga värdena på deformation som har beräknats med kriging.



Figur 5-5. Beräknade värden med kriging och exponentiellt modellvariogram avser både den troliga deformationen och osäkerhet i form av krigingvarians mellan mätsektionerna, den senare representerad av ett intervall som har definierats med den dubbla standardavvikelsen ( $+2\sigma$ ). Alla uppmätta deformationsvärden ligger inom detta osäkerhetsintervall.

*Figure 5-5. Assessment with kriging and an exponential model variogram presents the likely deformation and the associated uncertainty, here represented by an interval that is defined by the double standard deviation ( $+2\sigma$ ). All measured deformations were found to be within this uncertainty interval.*



Figur 5-6. Beräknade värden med linjär krigingmodell

*Figure 5-6. Assessment with kriging using a linear model.*

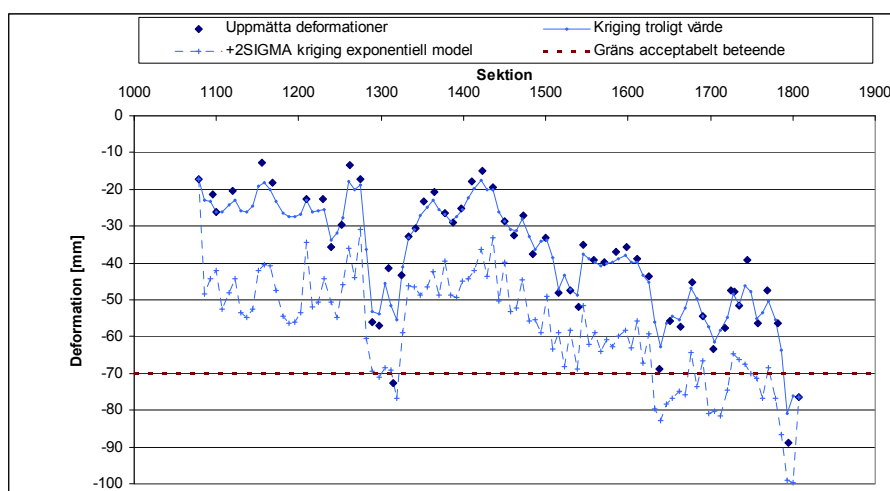
I figur 5-6 redovisas resultatet av beräkningarna med linjär modell och de slutna lösningarna som redovisas i Appendix B. Den linjära modellen använder deformationsdata och avstånd från de två närmaste mätsektionerna gentemot den exponentiella modellen som använder data från 16 närliggande mätsektioner. Trots skillnader i beräkningarnas upplösning är erhålls god överensstämmelse i resultaten från de två metoderna. Det beror på att det är data från de när-

maste punkterna ger störst bidrag vid interpoleringen. Den linjära modellen redovisar konstant ett mindre intervall vad gäller osäkerhetsuppskattningen. Den troliga förklaringen är att kringingvariansen är något mindre i den linjära modellen för de aktuella avstånden mellan mätsektionerna (10-20 m), se också figur 5-4.

Både modellerna avspeglar väl existerande variationer i uppmätta deformationer. Det är därför rimligt att låta kringingvariansen ligga till grund för att verifiera dimensioneringen och konstruktionens geotekniska beteende. Baserat på den skattade medeldeformationen och kringingvariansen kan en kvalificerad bedömning göras av:

- konstruktionens möjliga beteende,
- sannolikheten för att gränsen för acceptabelt överskrids någonstans på tunnelsträckan mellan mätsektionerna,
- om det finns en acceptabel sannolikhet att det verkliga beteendet ligger inom fastställda gränser för acceptabelt beteende.

Krav i Eurokod som ställs för att använda observationsmetoden föreskriver att gränsen för acceptabelt beteende skall fastställas innan byggande startar. Genom att också fastställa den acceptabla sannolikheten för att överskrida gräns för acceptabelt beteende kan man etablera en logik som kan användas för att verifiera dimensioneringen.



Figur 5-7. Beräknade värden med exponentiell kringingmodell. Den hypotetiska gränsen för acceptabelt beteende indikerar vilka sträckor som kan behöva kompletterande förstärkning.  
*Figure 5-7. Assessment with kriging using an exponential model. The hypothetical acceptable limit of behaviour indicates stretches where additional support measures may be required.*

Det är rimligt att anta att deformationerna mellan mätsektionerna är normalfördelade och att låta kringingvariansen utgöra grund för att beräkna om den acceptabla sannolikheten innehålls med avseende på gräns för acceptabelt beteende. Ekvation 1.5 kan då användas för att beräkna en deformation som motsvara gränsen för acceptabel sannolikhet och med aktuell teckenkonvention (deformationer är negativa) erhålls följande uttryck:

$$d_{\text{int}} = u(s) - L_{\text{krav}} \sqrt{\gamma(s)} \quad (5.1)$$

där

$u(s)$  = troligt deformationsvärde i en punkt baserat på modellvariogrammet

$\gamma(s)$  = kringingvariansen i samma punkt enligt modellvariogrammet

På sträckor i tunneln där deformationen som beräknats med ekvation (5.1) är större än gränsen för acceptabelt beteende behöver i princip förstärkningen kompletteras innan konstruktionens drifttagande. Med antagande om att  $L_{krav}=2$  och att gräns för acceptabelt beteende för domänen är 70 mm redovisas beräknade resultat i figur 5-7. Dessa indikerar att konstruktionen beteende i vissa delar inte är i överensstämmelse med krav som ställts i dimensioneringen och att kompletterande förstärkning kan behövas längs en sträcka omkring sektion 1300 och en längre sträcka strax efter sektion 1600. I praktiken bör också resultat från kartering och inspektioner i tunneln ingå i den samlade bedömningen om eventuellt behov av kompletterande förstärkningsåtgärder.

#### 5.4 Bayesiansk uppdatering

I de fall då endast ett fåtal mätsektioner står till buds kan bayesiansk statistik användas, se avsnitt 4.3.2. Det betyder att vi uppdaterar vår a-priori uppskattning (prediktionsfördelning) med hjälp av resultatet från våra fåtaliga mätsektioner.

Om vi som ett exempel antar att en ny domänindelning är aktuell omkring sektion 1300 i vårt tillämpningsexempel och låter dessa uppmätta deformationsvärden vara underlag för uppdatering. Som a-priori uppskattning av den bayesianska prediktionsfördelningen kan till exempel statistiska data från hela domänen användas (tabell 5-1), men med en större spridning beroende på bristande kunskap om den nya domänens egenskaper. Osäkerheten representeras av standardavvikelsen, som vi uppskattar till 25 mm. För vår a-priori uppfattning om domänens möjliga beteende är det rimligt att anta att deformationerna är normalfördelad med medelvärde och standardavvikelse och kan därför beskrivs med  $N(-39,25)$ . Vi hade också med beräkningar och med Monte Carlo simulering eller med teorier för felpropagering, kunnat skapa en a-priori uppskattning. Det förutsätter dock att det finns en uppfattning om bas- och systemvariablernas respektive fördelningar.

Inom det aktuella avsnittet har 5 stycken mätningar utförts. Med hjälp av ekvation 4.16 kan vi beräkna medelvärdets spridning och därefter uppdatera det med ekvation 4.20. Den totala osäkerheten kan sedan beräknas med ekvation 4.18. Det uppdaterade medelvärdet beräknas med ekvation (4.19). Den ”nya” domänen erhåller ett intervall för möjligt beteende som med hjälp av normalfördelning kan beskrivas  $N(-52,19)$ . Beräkningarna redovisas i tabell 5-2.

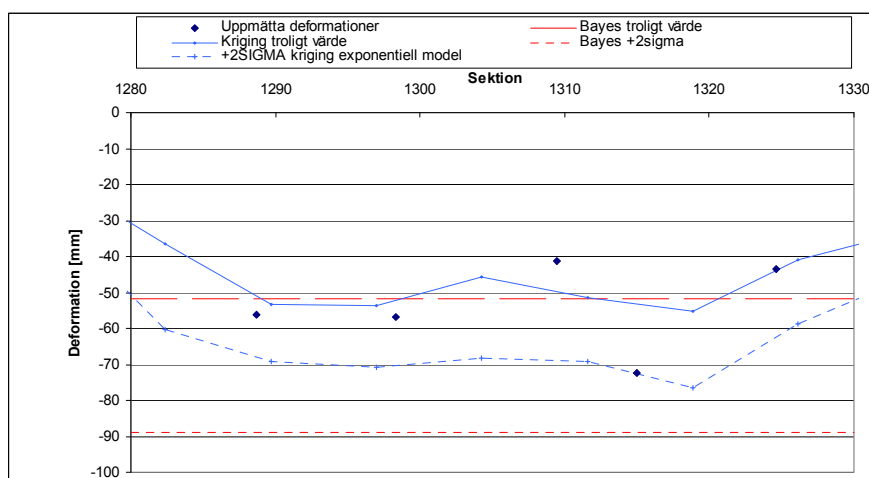
Tabell 5-2. Beräkningsexempel med bayesiansk uppdatering för bestämning av den ”nya” domänens statistiska parametrar och intervall för möjligt beteende.

*Table 5-2. Examples of calculations of statistical parameters and the range of possible behaviour using Bayesian statistics for a new domain.*

Tunnelsträcka	A-priori uppskattning Slutdeformation		Bayesiansk uppdatering Slutdeformation	
	Medelvärde [mm]	Medelvärdets standardavvikelse [mm]	Medelvärde [mm]	Standardavvikelse [mm]
1280 – 1330	-39	$\sigma' = \sqrt{\sigma_0^2 - \sigma^2}$ $\sigma' = \sqrt{25^2 - 17^2} = 18$	-52	$\sigma_0 = \sqrt{\sigma^2 + \sigma'^2}$ $\sigma_0 = \sqrt{17^2 + 7^2} = 18$

I figur 5-8 redovisas resultatet av beräkningarna med ett detaljerat diagram omkring sektion 1300. Beräkningarna med kriging är samma som redovisats i figur 5-5. Den ”nya” domänens intervall för möjligt beteende redovisas med ett medelvärde och en övre gräns för osäkerheten relativt större deformationer, här representerad av ett intervall som är lika med dubbla stan-

dardavvikelsen ( $+2\sigma$ ). Analysen med bayesiansk statistik utgår ifrån att det inte finns någon rumslig variation. Därför bör en sådan analys ligga på den säkra sidan, vilket också figur 5-8 visar.



Figur 5-8. Beräknade värden med kriging och exponentiellt modellvariogram. Den ”nya” domänens intervall för möjligt beteende är beräknad med bayesiansk uppdatering och redovisas med ett medelvärde och en övre gräns för osäkerheten relativt större deformationer, här representeras av ett intervall som är lika med dubbla standardavvikelsen ( $+2\sigma$ ).

*Figure 5-5. Assessment with kriging and an exponential model variogram. The range of possible behaviour for the “new” domain were assessed using Bayesian updating and is shown with its mean value and an associated uncertainty relative to larger deformations, here represented by an interval that is defined by the double standard deviation ( $+2\sigma$ ).*

## 5.5 Koppling mellan typfall 1 och typfall 2

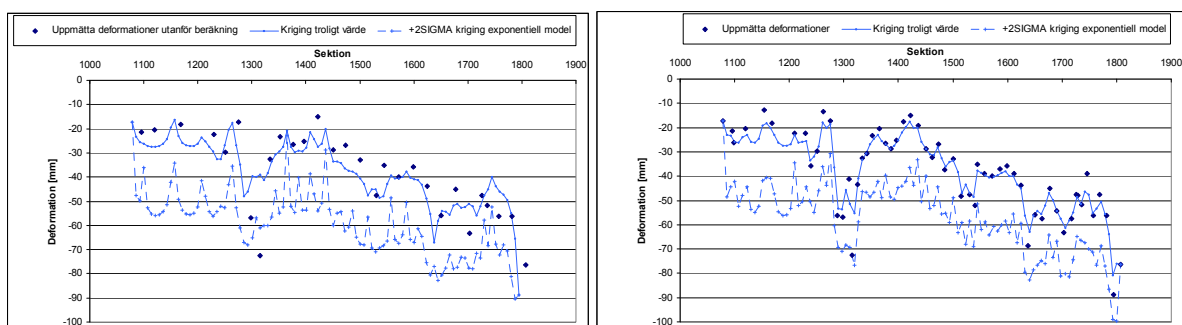
I Appendix B har data analyserats utifrån frågeställningen i typfall 1, det vill säga att bedöma slutdeformationen i en mätsektion under pågåenden berguttag. Denna analys visar att noggrannheten i framställda prognosunderlag är acceptabel och att metodiken kan användas för att för att successivt kunna göra bedömningar konstruktionens beteende i en mätsektion under pågående berguttag. Vidare visas att noggrannheten i skattningen av slutdeformationen är god även om antalet mätdata minskar.

Det betyder att den teoriutveckling som framtagits för typfall 1 kan användas för att i ett relativt tidigt skede göra bedömningar om konstruktionens slutdeformation ligger inom gränsen för acceptabelt beteende och om domäntillhörighet för den aktuella mätsektionen. Deformationsförloppet avklingar både med avseende på tid och med frontens avancemang. De preliminära analyser vi gjort visar att avståndet mellan mätsektion och tunnelfront kan variera mellan 15 till 100 m innan slutdeformationen kan förutsägas med en noggrannhet inom cirka 10 %. Med en tilltagande andel tidsberoende deformationer konvergerar beräkningarna mot långsammare mot verklig slutdeformation. För ett sådant fall behöver mätdata inhämtas över ett, relativt sett, större avstånd mellan mätsektionen och tunnelfronten för att en acceptabel precision skall erhållas på den prognostiserade slutdeformationen.

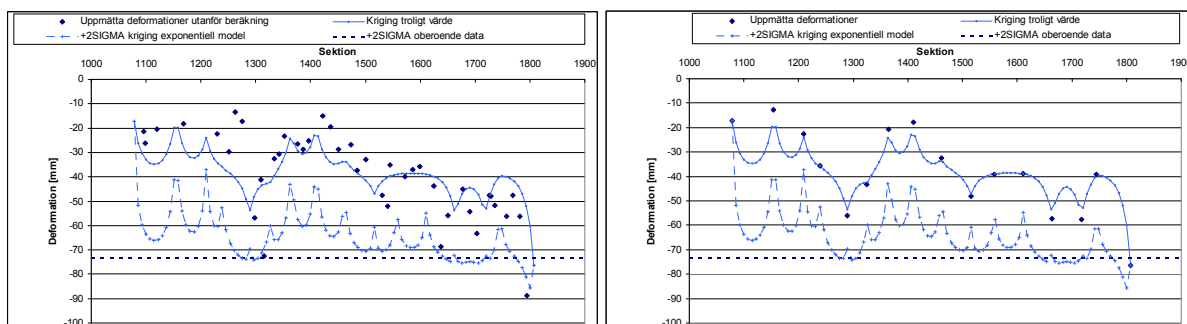
## 6 KÄNSLIGHETSANALYS

### 6.1 Omfattning av mätdata

I vårt tillämpningsexempel har man i praktiken valt att reducera osäkerheten om konstruktionens beteende med hjälp av ett stort antal mätektoner med inbördes korta avstånd. Det är därför av intresse att med kriging undersöka om skattningarna av troligt värde och osäkerheten i konstruktionens beteende förändras om antalet mätsektioner vore färre.



Figur 6-1. Beräknade värden med exponentiell krigingmodell baserad på deformationsdata från 28 respektive 58 mätsektioner. Det vänstra diagrammet visar uppmätta data som inte medverkat i beräkningarna och det högra visar beräkningar med alla mätvärden (figur 5-7).  
*Figure 6-1. Assessment with kriging using an exponential model based on deformation data from 28 and 58 measuring sections, respectively.*



Figur 6-2. Beräknade värden med exponentiell krigingmodell baserad på deformationsdata från 16 mätsektioner. Det vänstra diagrammet visar uppmätta data som inte medverkat i beräkningarna och det högra uppmätta data som beräkningarna baserats på.  
*Figure 6-2. Assessment with kriging using an exponential model based on deformation data from 16 measuring sections. The leftmost diagram shows measured deformation data which were not included in the calculation and the right shows measured data which were the basis for calculations.*

I figur 6-1 visas dels resultatet från nya beräkningar baserad på mätdata från varannan mätsektion, dels som jämförelse beräkningar med alla mätsektioner (figur 5-7). I det vänstra diagrammet visas uppmätta deformationer som inte ingår i beräkningarna. I figur 6-2 visas dels resultatet från beräkningar med data från 16 mätsektioner som är jämt fördelade över tunnelsträckan. I det vänstra diagrammet visas uppmätta värden inte ingår i beräkningarna och i det högra uppmätta värden från de mätsektioner som beräkningarna baseras på. Med 16 mätsektioner har gränsen nästan nåtts för att ett variogram skall kunna konstrueras baserat på uppmätta deformationsdata. Medelavståndet mellan mätsektionerna i data som ingår i beräkning-

arna är ungefär 50 meter. Det vill säga under den ”range” på cirka 75 m som representerar rymdkorrelationens belopp och som konstaterats när alla uppmätta data används, se figur 5-4.

Vi kan konstatera att skattningen av troliga värden fortsatt ger acceptabla resultat men att med minskande mätdata tilltar som förväntat den beräknade osäkerheten med avseende på deformationer mellan mätsektionerna. Med en ansatt osäkerhet på uppmätta deformationer på två standardavvikelse från det troliga beräknade värdet, erhålls en relativt god uppfattning om vilka områden längs tunnelsträckan där stora deformationer förekommer. Känslighetsanalysen visar att upplösningen på den skattade osäkerheten som baseras på krigingvariansen beror av antalet mätsektioner.

Tabell 6-1. Sammanställning av uppmätta deformationers statistiska parametrar baserad på samma population men med olika antal mätvärden.

*Table 6-1. A summary of the measured deformations statistical parameters based on the same population but using varying different sizes.*

Antal mätvärden	Slutdeformation Medelvärde [mm]	Slutdeformationer Standardavvikelse [mm]	Variationskoefficient (ekvation 4.27)
58	38.9	17.2	0.44
28	39.0	17.6	0.45
16	38.5	17.8	0.45

I figur 6-2 redovisas också beräkning av osäkerheten baserad på oberoende data. Den streckade linjen markerar deformationen på avståndet två standardavvikelse från domänens medelvärde (58 mätvärden). I tabell 6-1 redovisas en enkel statistisk analys som baseras på att uppmätta data är oberoende och som inbegriper antalet värden som använts till beräkningarna i figur 6-1 och 6-2. Analysen visar att domänens statistiska grunddata inte förändras på ett signifikant sätt om antalet mätdata reduceras till angivna nivåer. Vi konstaterar att om dimensioneringen baseras på en domän och på oberoende data behöver inte antalet mätsektioner vara stort i förhållande till tunnelsträckans längd. Detta förutsätter dock att mätdata är jämnt fördelade inom domänen.

## 6.2 Domänindelning

Gränsen för acceptabelt beteende kan jämföras med önskad säkerhetsnivå. I avsnitt 3.3 visades att säkerhetsnivåns relation till deformationernas variation inom en domän kan beskrivas teoretiskt om deformationerna är normalfördelade. Anta att osäkerheten för att fastlägga deformationernas belopp mellan mätsektionerna också representerar den acceptabla säkerhetsnivån, se till exempel figur 6-1 och 6-2. I vårt tillämpningsexempel är hela tunnelsträckan en domän med ett relativt stort intervall för konstruktionens möjliga beteende. Gränsen för acceptabelt beteende måste därför sättas relativt konservativt i relation till domänens medelvärde. Analys av slutdeformationerna med krigning och ett redovisat osäkerhetsintervall som motsvarar den acceptabla säkerhetsnivån indikerar att en alternativ domänindelning hade varit möjlig. En förfinad domänindelning skulle till exempel i detta fall kunna innebära en anpassning och differentiering av förstärkningssystemets deformationstålighet längs tunnelsträckan. En förfinad domänindelning har således potential för att ge en mer ekonomisk dimensionering.

En förutsättning för att praktiskt kunna använda en förfinad domänindelning är att domänerna med tillräcklig tillförlitlighet kan identifieras under uppförandet, vilket med automatik leder till högre krav på bakomliggande indikatorer och regler som används i identifieringen (Stille och Palmström 2003). Genom att så nära tunnelfronten som möjligt påbörja mätningar av

deformationsförloppet och applicera den analysmetodik som utvecklats för typfall 1 erhålls ytterligare en indikator som ökar tillförlitligheten i underlaget för beslut om domäntillhörighet.

Analys av uppmätta slutdeformationer med kriging i kombination med oberoende observationer som t.ex. kartering och inspektioner utgör tillräckligt underlag för en slutgiltig bedömning om dimensioneringen är verifierad eller om konstruktionen behöver kompletteras. Ett viktigt forskningsområde är att klargöra vilken säkerhetsnivå som är rimlig relativt konstruktionens bärlighet och stadga när rymdvariationen kan beaktas på sätt som exemplifierats här. Säkerhetsnivån har stora ekonomiska konsekvenser eftersom det både påverkar val förstärknings-system (bärlighet och styvhet) och omfattningen av eventuell kompletterande förstärkning.

## 7 SLUTSATSER

### 7.1 Observationsmetoden och Euronormen

#### Allmänt

Observationsmetoden bör användas när det är svårt att förutsäga det geotekniska beteendet, det vill säga då det finns så stora osäkerheter att man inte i förväg kan visa att konstruktionen uppfyller normala krav på bärighet, stadga och beständighet. Metoden är angiven i Eurokod EN 1997-1:2004, kapitel 2.7, och kan därför användas för att verifiera att konstruktionen dimensionering är acceptabel.

Genom att kombinera ett probabilistiskt synsätt med resultat från observationer av konstruktionens beteende under dess uppförande och vid färdigställandet kan osäkerheter i dimensioneringen reduceras och dimensioneringskrav verifieras. Vidare kan man kontrollera om konstruktionen kan accepteras genom att kraven omformuleras till att gälla acceptabelt beteende. Ett viktigt moment vid användning av observationsmetoden är därför att fastlägga robusta kontrollparametrar. Kontrollparametrar skall kunna kvantifieras och ligga till grund för en prognos gällande konstruktionens förväntade beteende. De skall också vara mätbara så att konstruktionens verkliga beteende kan stämmas av mot det förväntade beteendet.

Observationsmetodens tillämpning på tunnelprojekt kan delas in i två typfall, dels att *bedöma konstruktionens beteende i en mätsektion under pågående berguttag*, dels att *bedöma stabiliteten genom att studera slutdeformationens rumsliga fördelning och prognostisera dessa mellan befintliga mätsektioner*.

#### Acceptabelt beteende

Acceptabelt beteende är relaterat till det gränstillstånd som studeras. I bergbyggnadssammanhang är det dominerande gränstillståndet, brottgränsen. I princip kan två fall urskiljas, dels vad berget tål, dels vad förstärkningen tål. I flesta fall är det förstärkningens förmåga att tåla deformationer som är dimensionerande. Storleken på deformationerna som förstärkningen kan ta upp utan att förlora bärighet beror på dess verkningssätt. Runda eller ovala tunnlar förstärkta med en inre lining med sluten sektion som inbegriper stöttning av tunnelbotten (invert) har en max deformation som beror på tunnelradien och materialets stuktöjning. Betong och stål material har en gräns på cirka 1 till 2 ‰ av tunnelradien. För icke slutna sektioner, det vill säga sektioner utan invert, kan max deformation vara i storleksordning 3 till 6 ‰ av tunnelradien. Det finns förstärkningssystem som kan ta upp större deformationer, till exempel sprutbetonglining med deformerbare slitsar eller stålbågar med friktionskopplingar. Frågan om acceptabelt beteende bör studeras närmare i kommande forskning.

#### Möjligt beteende

Det möjliga beteendet är den sammanvägda uppfattningen om hur tunneln med sin tänkta förstärkning kommer att uppföra sig utifrån rådande kunskap och identifierade osäkerheter. Intervall för möjligt beteende kan i en domän där deformationerna är normalfördelade beskrivas med ett medelvärde och med ett spridningsmått (standardavvikelsen). De representerar det troliga beteendet respektive osäkerheten i intervallets bredd.

#### Acceptabel sannolikhet

Enligt Eurokod skall det visas att det finns en acceptabel sannolikhet för att det faktiska beteendet ska vara inom de fastställda gränserna för acceptabelt beteende. Detta är under byggskedet i första hand en fråga för projektet och bör anknyta till den risk projektet kan acceptera för att behöva komplettera konstruktionens förstärkning. Den acceptabla sannolikheten vid



drifttagandet av den färdigställda konstruktionen måste uppfylla normala krav på bärlighet, stadga och beständighet.

## 7.2 Tillämpning av observationsmetoden

### Deformationsmätningar

Vid användning av observationsmetoden skall kontrollparametrar användas som både avspeglar rådande designosäkerheter och på ett relevant sätt exponerar signifikanta händelser som påverkar det geotekniska beteendet. I många fall är storheten deformation en robust kontrollparameter eftersom den både kan kvantifieras vid dimensionering och mätas efter berguttag. Rätt utförda ger deformationsmätningar en bra uppfattning om det bärande huvudsystemets beteende, inklusive de ingående komponenterna bergmassa och förstärkningssystem. Deformationsmätningar har i de flesta fall acceptabel noggrannhet och är repeterbara.

### Domänindelning

En av grunderna för det probabilistiska synsättet är att observationer som analyseras kommer från samma domän. Domän kan i detta sammanhang jämföras med förstärkningsklass, det vill säga bergförhållanden som kräver samma förstärkning. Domän- eller klasstillhörighet kan bestämmas utifrån den ingenjörsgelogiska tunnelkarteringen och utifrån analys av mätdata. Erfarenheter från tunnelbyggande pekar på att mellan 3 och 6 klasser, eller domäner, för att erhålla en rationell och därmed ekonomisk hantering av förstärkningsinsatserna. Detta medför en förväntad variation på konstruktionens beteende inom varje domän eller klass, det vill säga ett intervall för möjligt beteende.

### Typfall 1 - Bedömning av slutlig deformation i en mätsektion

De första typfallet beskriver hur man kan *bedöma den slutliga deformationen i en mätsektion* utifrån mätdata från tunneldrivningen. Utgångspunkten är att deformationsförloppet som funktion av avståndet mellan tunnelfronten och mätsektionen kan beskrivas med en hyperbel. Med hjälp av regressionsanalys med viktning av mätdata kan slutdeformationen förutsägas med acceptabel noggrannhet. Genom tillämpning av klassisk mekanik kan även typ av deformationsförlopp tolkas, det vill säga om deformationerna är elastiska, elastiskt-plastiska eller viskösa, det senare från krypdeformationer i berget (squeezing ground).

Preliminära analyser för typfall 1 visar att:

- avståndet mellan mätsektion och tunnelfront variera mellan 15 till 100 m innan slutdeformationen kan förutsägas med en noggrannhet inom cirka 10 %,
- beräkningarna konvergerar långsammare mot den verkliga slutdeformationen med ökad andel tidsberoende deformationer.

Utifrån regressionsanalysen går det att bedöma om det finns risk att överskrida gräns för acceptabelt beteende i mätsektionen. Acceptabel sannolikhet att överskrida fastlagda gränser kan i detta fall vara relativt hög eftersom risken endast är kopplad till kompletterande förstärkning och normalt inte till skada på tredje man. Utvecklingen av deformationerna med tiden följer cykeltiderna för berguttaget. Det innebär att det finns tillräckligt med tid för att kunna analysera mätresultat och vidta åtgärder om så skulle erfordras.

### Typfall 2 - Stabiliteten mellan mätsektionerna

Det andra typfallet behandlar bedömning av *stabiliteten mellan mätsektionerna* med hjälp av uppmätta slutdeformationer. Två metoder har diskuterats. I den ena, som bygger på variogram och kriging, tolkas mätdata utifrån deformationernas rumsliga korrelation. I princip betyder

det att två sektioner som ligger nära varandra troligen uppvisar liknande deformationer medan två sektioner längre ifrån varandra uppvisar större skillnader.

Vi har i denna studie konstaterat att det finns en rymdkorrelation mellan uppmätta deformationer om skalan på det experimentella variogrammet är omkring 170 m. Men om deformationsdata studeras med en skala som är större än 170 m uppvisar det experimentella variogrammet ingen rymdkorrelation. Rymkorrelationen eller ”range” har omfattningen 45 till 70 m beroende på vilken modell som används för att konstruera variogrammet. I rapporten har även slutna lösningar för kriging presenterats. De bygger på en bi-linjär modell för att beskriva det konstruerade variogrammet samt på att det är de två närmaste mätpunkterna som styr uppskattningen av deformationen och felmarginalen. Detta synes ge acceptabla resultat i förhållande till mer korrekta numeriska lösningar.

Om bara ett fåtal mätsektioner föreligger inom samma domän kan underlaget var otillräckligt för att för att konstruera ett variogram. I ett sådant fall måste variogrammet kunna uppskattas empiriskt eller alternativt kan bayesiansk statistik användas. Denna metod är det andra synsättet som kan användas i typfall 2. Metoden förutsätter att det finns en förhandsuppskattning av den förväntade deformationen. Osäkerheten i förhandsuppskattningen kan reduceras genom att successivt korrigera det förväntade beteendet med uppdatering baserad på erhållna mätresultat. Metodens fördel är att den ger användbara resultat redan vid några få mätsektioner. Den rumsliga variationen är större med ett bayesianskt betraktelsesätt än med kriging.

Om den rumsliga variationen tas i beaktande enligt Kriging erhålls en mindre spridning än med ett bayesianskt betraktelsesätt. Detta kan hänföras till den större kunskap som finns om deformationsförloppet om den rumsliga variationen kan beskrivas. För vårt tillämpningsexempel indikerar en känslighetsanalys att ett största avstånd av 50 m behöver innehållas för att man ska kunna ta hänsyn till den rumsliga variationen med kriging. Det kan jämföras med en ”range” på cirka 75 m som representerar det avstånd inom vilket det finns en rymdkorrelationens. Kriging förutsätter också att antalet mätsektioner är tillräckligt, som minst 16 stycken i denna känslighetsanalys. Vidare indikeras att en ansatt osäkerhet på två standardavvikelser relativt det troliga beräknade värdet, ger en relativt god skattning av områden längs tunnelsträckan där stora deformationer förekommer. Det vill säga där risk föreligger att överskrida gränsen för acceptabelt beteende.

Sammanfattningsvis har känslighetsanalyser för typfall 2 visat att:

- upplösningen på den skattade osäkerheten som baseras på krigingvariansen beror av antalet mätsektioner,
- avståndet mellan mätsektionerna skall vara mindre än det avstånd inom vilket det finns en rymdkorrelation,
- mätsektionerna skall vara jämt fördelade över tunnelsträckan (domänen).

Både med kriging och med bayesiansk statistik kan ett osäkerhetsintervall (förväntad varians) uppskattas utan att mätningar utförs. Detta innebär att mätinsatsens omfattning kan bedömas i förväg. Studien visar att bayesiansk uppdatering som baseras på ett fåtal mätsektioner ger en markant minskning av variansen och att fler än 5 mätsektioner endast ger marginell effekt.

Med hjälp av både kriging och bayesiansk statistik kan sannolikheten för att överskrida accepterat beteende beräknas och jämföras med uppställda krav.

### Ekonomisk design

En förfinad domänindelning ger potential för en mer ekonomisk dimensionering. Det innebär att en mer detaljerad dimensionering genomförs som resulterar i flerförstärkningsklasser. Risken är att det sker på bekostnad av en rationell hantering, då ett större antal domäner kräver en mer förfinad beskrivning indikatorer och regler. Det kan också medföra en högre kostnad för ett mer omfattande kontrollprogram.

En förutsättning för att praktiskt kunna använda en förfinad domänindelning är att domänerna med tillräcklig tillförlitlighet kan identifieras under uppförandet. Genom att så nära tunnelfronten som möjligt påbörja mätningar av deformationsförloppet och applicera den analysmetodik som utvecklas för typfall 1 erhålls ytterligare en indikator som kan bidra till att öka tillförlitligheten i underlaget för beslut om domäntillhörighet. Det synes också rimligt att en variation inom en domän kan uttryckas med variationskoefficienten ( $\delta$ ). I det tillämpningsexemplet som redovisades var den cirka 0.4, men det bedöms som att domänindelning baserat på variationskoefficienter mellan 0,2 och 0.4 är rationellt. Underlaget är dock begränsat och mer forskning erfordras.

### Kontrakt

Generellt anses observationsmetoden vara förenlig med de flesta entreprenad- och ersättningsformer. Betydelsen av klausuler för ”value engineering” framhålls ofta (Kadefors och Bröchner 2008) som ett sätt att skapa incitament för parterna att medverka till en anpassning av konstruktionen till gjorda observationer. En avgörande förutsättning att kunna tillämpa observationsmetoden är att de som fattar beslut i teknik- och kontraktsfrågor är medvetna om vad metoden innebär och vilka fördelar den ger. Ett nära samarbete mellan beställaren, projektören och entreprenören erfordras för att tolka mätresultat och besluta om lämpliga åtgärder. Granskande instanser behöver också acceptera metoden, speciellt att den beräknade säkerhetsnivån kanske inte kan uppfyllas initialt och att dimensioneringen slutgiltigt kan verifieras efter tunneln är färdigbyggd.

## 8 REFERENSER

- Andersson, J., Stille, H., Olsson, L., 1984, Beslutsmodeller för förundersökningar. Bergytbestämning med kriging. BeFo 81/1:84, Stiftelsen Bergteknisk Forskning, Stockholm.
- Ang, A., Tang, W., 2007. Probability concepts in engineering. 2<sup>nd</sup> edition. John Wiley & Sons, New York
- Christian, J. T., 2004. The thirty-ninth Karl Terzaghi lecture. Geotechnical Engineering reliability: How well do we know what we are doing? *J. of Geotech. and Geoenv. Eng.*, October.
- Einstein, H.H., Baecher, G. B., 1982. Probabilistic and statistical methods in engineering geology 1. Problem statement and introduction to solution. *Rock Mechanics*, suppl. 12, p47-61
- Eurocode 1997-1:2004. Eurocode 7: Geotechnical design – Part 1: General rules. European Committee for Standardization.
- GS+, Gamma Design Software, LLC, Version 9.
- Holmberg, M., Stille, H., 2007. Observationsmetodens grunder och dess tillämpning på design av konstruktioner i berg. SveBeFo rapport 80.
- Kadefors, A., Bröchner J., 2008. Observationsmetoden i bergbyggnad: kontrakt och samverkan. SveBefo rapport K28.
- Panet, M., Guenot, A., 1982. Analysis of convergence behind the face of a tunnel. Tunneling 1982. The Institute of Mining and Metallurgy, London pp 197-204.
- Pilgerstorfer, T., 2008. Prediction of displacement development using closed form solutions. Diploma Thesis. Institute for Rock mechanics and Tunneling. Graz University of Technology. Austria
- Grossauer, K., 2009. Expert system development for the evaluation and interpretation of displacement monitoring data in tunneling. Doctoral Thesis. Institute for Rock mechanics and Tunneling. Graz University of Technology.
- Stille, H., 1986. Experiences of design of large caverns in Sweden. Proceedings Large Rock Caverns, Helsinki. Pergamon Oxford.
- Stille, H., Andersson, J. Olsson, L., 2003. Information based design in rock engineering. SveBeFo rapport no 61.
- Stille, H., Palmström, A., 2003. Classification as a tool in rock engineering. *Tunnelling and Underground Space Technology*, Vol. 18, No. 4.
- Terzaghi, K., and Peck, R.B., 1948. Soil mechanics in engineering practice, 1<sup>st</sup> edition. John Wiley & Sons, New York.

## APPENDIX A. Linjär regression med viktning av indata

I Ang & Tang (2007) beskrivs en metodik för att vikta data i samband med linjär regressionsanalys. Denna metod sammanfattas nedan. Väntevärdet för den linjära regressionen är

$$E\langle Y|X = x \rangle = \alpha + \beta x \quad (\text{A.1})$$

Anta att den villkorade variansen för denna linjära funktion styrs av en känd funktion  $g(x)$  enligt

$$V\langle Y|X = x \rangle = \sigma^2 g^2(x) \quad (\text{A.2})$$

där

$\sigma^2 =$  okänd konstant

Låt viktningen av data ske med ett värde som är proportionell med inversen på variansen enligt

$$w_i' = \frac{1}{V\langle Y|X = x \rangle} = \frac{1}{\sigma^2 g^2(x)} \quad (\text{A.3})$$

I enlighet med principerna för minsta kvadratmetoden uppställs kvadratsumman av avståndet mellan det observerade värdet och värdet från regressionslinjen. Detta kan tecknas

$$\Delta^2 = \sum_{i=1}^n w_i (y_i - \alpha - \beta x_i)^2 \quad (\text{A.4})$$

Regressionskoefficienterna kan bestämmas genom att söka minimum av kvadratsumman. Det kan utföras genom att derivera ekvation A.4 med avseende på  $\alpha$  och  $\beta$ , sätta båda dessa uttryck lika med noll och lösa det ekvationssystem som bildas. Minsta kvadratskattningen av regressionskoefficienterna tecknas

$$\hat{\alpha} = \frac{\sum w_i y_i - \hat{\beta} \sum w_i x_i}{\sum w_i} \quad (\text{A.5})$$

$$\hat{\beta} = \frac{\sum w_i (\sum w_i x_i y_i) - (\sum w_i x_i)(\sum w_i y_i)}{\sum w_i (\sum w_i x_i^2) - (\sum w_i x_i)^2} \quad (\text{A.6})$$

där

$$w_i = \sigma^2 w_i' = \frac{1}{g^2(x_i)}$$

En väntevärdesriktig skattning av variansen baserad på  $n$  stycken värden är

$$s^2 = \frac{\sum w_i (y_i - \alpha - \beta x_i)^2}{n-2} = \frac{\sum w_i (y_i - \bar{y}_i)^2}{n-2} \quad (\text{A.7})$$

Den villkorade skattningen av medelvärdeets standardavvikelse uttrycks som en funktion av  $x$  och blir enligt ekvation A.2

$$s_{y|x}^2 = s^2 g^2(x) \quad (\text{A.8})$$

Eftersom regressionskoefficienterna baseras på ett begränsat antal mätvärden är dessa t-fördelade och man kan visa att koefficienterna har  $(n-2)$  frihetsgrader. Detta betyder att det med regressionsanalys skattade medelvärdet enligt ekvation 5.8a, också är t-fördelat med  $(n-2)$  frihetsgrader för ett givet värde  $x$ . Med detta som utgångspunkt kan ett godtyckligt konfidensintervall bestämmas för den linjära ekvationen A.1. Givet ett värde  $x=x_i$  erhålls

$$\left(\mu_{y|x_i}\right)_{1-\alpha} = \bar{y}_i \pm t_{1-\frac{\alpha}{2}, n-2} s_{y|x} \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x_i - \bar{x})^2}{x_i^2 - n\bar{x}^2}} \quad (\text{A.9})$$

## APPENDIX B. Krigingsystem för två mätsektioner

Mätningar har utförts i två mätsektioner i den aktuella domänen. Variogramet för deformationerna kan beskrivas som en med avståndet linjärt ökande varians tills ett konstant värde nås vid den så kallade rangen.

Mätsektionerna benämns 1 och 2. Deformationen i den sökta sektionen benämns 0. Följande krigingvikter erhålles

$$\lambda_1 = \frac{1}{2} - \frac{\gamma(10)}{2\gamma(12)} + \frac{\gamma(20)}{2\gamma(12)}$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{2} + \frac{\gamma(10)}{2\gamma(12)} - \frac{\gamma(20)}{2\gamma(12)}$$

$$\mu = \frac{\gamma(20) + \gamma(10) - \gamma(12)}{2}$$

Medelvärdet på den sökta deformationen blir då

$$\delta_0 = \lambda_1 \cdot \delta_1 + \lambda_2 \cdot \delta_2$$

Och variansen för vår uppskattning blir

$$\sigma_{\delta_0}^2 = \lambda_1 \cdot \gamma(10) + \lambda_2 \cdot \gamma(20) + \mu$$

Utifrån dessa ekvationer kan vi sedan lösa några specialfall.

Fall 1. Den sökta sektionen ligger emellan de två mätpunkterna.

A) Avstånden mellan borrhålen är mindre än ”rangen” och den sökta sektionen ligger mittemellan.

$$\delta_0 = \frac{1}{2} \cdot \delta_1 + \frac{1}{2} \cdot \delta_2$$

$$\sigma_{\delta_0}^2 = \gamma(10) = \frac{x_{10}}{x_r} \cdot \sigma^2$$

Där  $x_{10}$  är avståndet mellan mätsektionerna och den sökta sektionen och  $x_r$  är ”rangen” samt  $\sigma^2$  är variansen hos deformationen för oberoende mätpunkter (dvs liggande utanför ”rangen”). Vi kan med denna ekvation också fastställa det minsta avståndet mellan mätsektionerna för att kunna erhålla erforderligt minsta varians i den sökta sektionen.

B) Avstånden mellan mätsektionerna är större än ”rangen” och den sökta sektionen ligger mittemellan

$$\delta_0 = \frac{1}{2} \cdot \delta_1 + \frac{1}{2} \cdot \delta_2$$

$$\sigma_{\delta_0}^2 = 2\gamma(10) - \frac{\sigma^2}{2} = \frac{x_{10}}{x_r} \cdot 2\sigma^2 - \frac{\sigma^2}{2}$$

Fall 2. Den sökta sektionen ligger utanför de två mätsektionerna

A) Avståndet mellan mätsektionerna är större än ”rangen” och den sökta sektionen ligger närmare den närmaste mätsektionen än ”rangen”.

$$\lambda_1 = 1 - \frac{x_{10}}{2x_r}$$

$$\lambda_2 = \frac{x_{10}}{2x_r}$$

$$\sigma_{\delta_0}^2 = \frac{2\sigma^2 x_{10}}{x_r} \left(1 - \frac{x_{10}}{4x_r}\right)$$

B) Avståndet mellan mätsektionerna är större än ”rangen” och den sökta sektionen ligger utanför ”rangen”.

$$\lambda_1 = \frac{1}{2}$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{2}$$

$$\sigma_{\delta_0}^2 = \frac{6\sigma^2}{4}$$

C) Alla tre sektionerna ligger inom rangen

$$\delta_0 = \frac{\delta_1 + \delta_2}{2} + \frac{x_{10}}{2x_{12}}(\delta_2 - \delta_1) - \frac{x_{20}}{2x_{12}}(\delta_2 - \delta_1)$$

$$\sigma_0^2 = \left(\frac{1}{2} - \frac{x_{10}}{2x_{12}} + \frac{x_{20}}{2x_{12}}\right) \cdot k \cdot x_{10} + \left(\frac{1}{2} + \frac{x_{10}}{2x_{12}} - \frac{x_{20}}{2x_{12}}\right) \cdot k \cdot x_{20}$$

Fall 3. Vi har n st mätpunkter som alla ligger på ett större avstånd från den sökta punkten än rangen

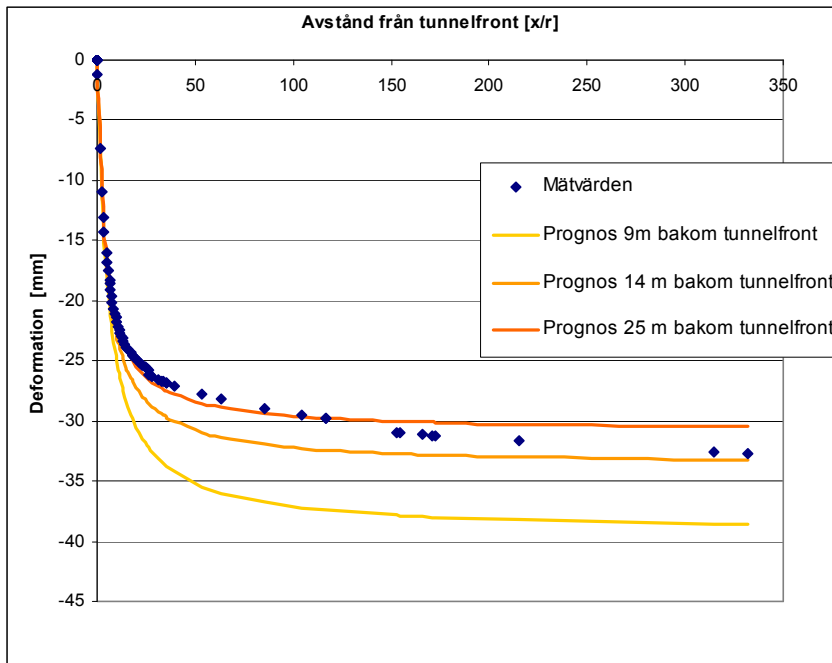
$$\delta_0 = \frac{1}{n} \sum \delta_i$$

$$\sigma_{\delta_0} = \sqrt{\sigma^2 \cdot \frac{n+1}{n}}$$



### APPENDIX C. Typfall 1

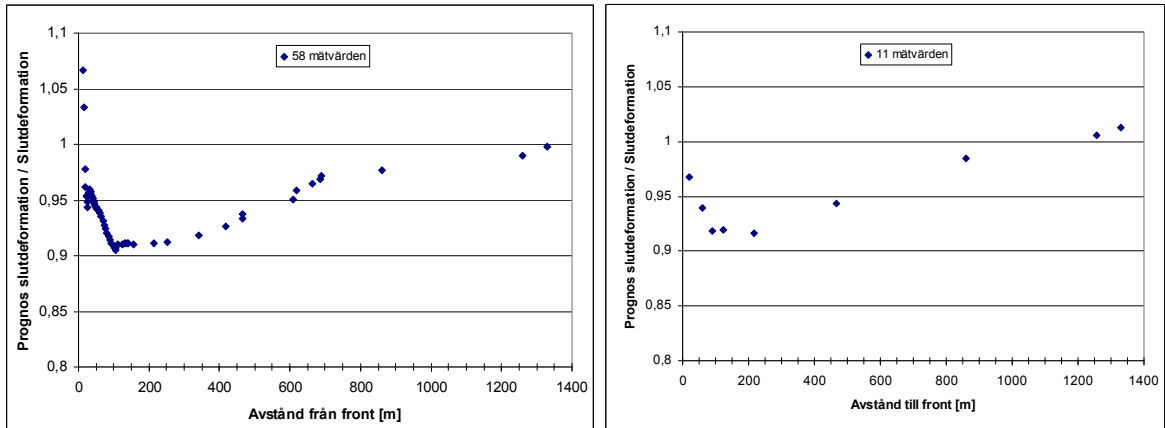
Den i kapitel 4 presenterade modellen för att skatta deformationskurvans trend som funktion av avståndet till tunnelfronten bygger på icke-linjär kurvanpassning. Modellen bygger på att deformationskurvans krökning är okänd och att denna bestäms med hjälp av observationerna. Utgående från successiva mätningar av hur deformationerna utvecklas i en mätsektion kan skattningar göras av slutdeformationen. Varje nytt mätresultat kan användas till en ny skattning. Funktionen för slutdeformationen värde som funktion av deformationsförloppet och gjorda observationerna kan tecknas i form av en hyperbel.



Figur C-1. Uppskattning av slutdeformationer som funktion av avståndet bakom tunnelfronten.

Modellen beteende och precisionen på dess skattade slutdeformation har undersökts. Det har gjorts med avseende på dels avståndet från tunnelfronten, dels inverkan av antalet observationer. Kurvanpassning har skett med data från sektion 1333 i Strengertunneln. Vi kan konstatera att redan efter några få mätningar kan vi få en relativt bra uppfattning av den slutgiltiga deformationen. Noggrannheten minskar inte nämnvärt om vi kraftigt glesar ut mätningarna. I figur C-1 redovisas hur prognosen varierar med avståndet bakom tunnelfronten. Figuren visar det verkliga deformationsförloppet och det prognostiserade förloppet på olika avstånd från tunnelfronten.

I figur C-2 redovisas hur antalet mätningar påverkar resultatet genom att beräkna kvoten mellan verklig slutdeformation och den uppskattade för olika avstånd till fronten. Vi kan konstatera att en kraftig reduktion av antalet mätvärden inte ger sämre skattning relativt sett. Den första skattningen kräver tre mätvärden vilket betyder att det är det minsta antalet mätningar som krävs innan en skattning kan göras av den slutgiltiga deformationen. Mätningarna som påbörjas nära invid tunnelfronten ger möjlighet till snabbare skattning av slutdeformation.



Figur C-2. Skattningen av slutdeformationen beräknad som kvoten mellan den uppskattade och den verkliga slutdeformation och för olika avstånd till fronten visar hur antalet mätpunkter påverkar slutresultatet.



Box 5501  
SE-114 85 Stockholm

info@befonline.org • www.befonline.org  
Besöksadress: Storgatan 19

tbk.

ISSN 1104-1773