



VMEA-METODEN FÖR BEDÖMNING AV OSÄKERHETER I BERGMEKANISKA TILLÄMPNINGAR

Pär Johannesson

Mathias Bokesjö

Thomas Svensson

Lars Jacobsson

Lars Olsson

VMEA-METODEN FÖR BEDÖMNING AV OSÄKERHETER I BERGMEKANISKA TILLÄMPNINGAR

**The VMEA-method for assessing uncertainties
in rock engineering**

Pär Johannesson, SP Sveriges Tekniska Forskningsinstitut
Mathias Bokesjö, SP Sveriges Tekniska Forskningsinstitut
Thomas Svensson, SP Sveriges Tekniska Forskningsinstitut
Lars Jacobsson, SP Sveriges Tekniska Forskningsinstitut
Lars Olsson, Geostatistik AB

Förord

Långsiktig säkerhet i våra berganläggningar innebär hantering av stabilitetsfrågor och kräver goda bedömningar av det geologiska materialet, d v s berget, och förstärkningsmaterial samt en beräkningsmodell som är relevant. Typiskt för bergbyggnadsbranschen är att man måste hantera varierande egenskaper i det naturliga byggmaterialet som berget utgör till skillnad till andra branscher där man normalt har ett material med välkända egenskaper. Vid dimensionering, byggande och drift av berganläggningar måste man ta hänsyn till de osäkerheter som finns och från att tidigare ha använt sig av mer erfarenhetsmässiga bedömningar i samband med dimensionering har det successivt utvecklats alternativa metoder som innebär ett mer sannolikhetsbaserat synsätt. I Eurokod är det också en grundläggande tanke att tillämpa ett sådant synsätt.

Flera olika metoder med sannolikhetsbaserat synsätt har använts i branschen en längre tid, som t ex partialkoefficient-metoden, β -metoden (även säkerhetsindex-metoden) samt olika simuleringsmetoder där man ansätter statistiska fördelningar för de ingående parametrarna och beräknar med exempelvis MonteCarlo-simulering. En annan metod är den så kallade VMEA-metoden (Variation Mode and Effect Analysis) som framgångsrikt har använts inom ett flertal ingenjörstillämpningar men den har dock, vad vi känner till, inte tillämpats inom bergmekanik. Metoden är lämplig att använda i tidiga skeden då endast begränsad information finns om osäkerheter finns tillgänglig, och sedan successivt uppdateras vart eftersom tillkommande kunskap kan förfina beräkningarna. VMEA-metoden ger ett mått på kvaliteten i det beräknade resultatet och vidare går det att finna de ingående delar som bidrar till låg noggrannhet i slutresultatet. Med syfte att introducera en alternativ stokastisk metod inom bergmekaniska beräkningar så genomfördes föreliggande arbete. Det knyter väl an till de behov som är beskrivna i BeFos forskningsprogram och speciellt till ”Bergförstärkning och dimensionering av tunnlar & berggrum”. I rapporten beskrivs VMEA-metoden tillsammans med andra metoder för olika skeden i dimensionering. Vidare presenteras två fallstudier där VMEA-metoden tillämpas med 1) uppskattning av osäkerheterna i en beräkningsmetod för beräkning av slutdeformation i en tunnelsektion, och 2) tillämpning på observationsmetoden där två beräkningsmodeller och modellosäkerhet behandlas.

Projektet har genomförts av Pär Johannesson, Mathias Bokesjö, Thomas Svensson Lars Jacobsson, samtliga från SP Technical Research Institute of Sweden, och Lars Olsson från Geostatistik AB. Det har inom arbetsgruppen framförts olika åsikter vad gäller det statistiska synsättet och dess tillämpningar. Denna rapport speglar SPs metodik för tillförlitlighet och osäkerhetsbestämning. Som expert inom bergmekaniska tillämpningar har Lars Olsson varit behjälplig inom projektet. Författarna är tacksamma för värdefulla kommentarer från Håkan Stille från Geokonsult Stille AB. Projektet är finansierat av BeFo och planerades som en förstudie och har därför inte haft någon referensgrupp till skillnad från andra BeFo-projekt.

Stockholm i juni 2013

Per Tengborg

Sammanfattning

Inom bergbyggandet måste man under hela byggprojektet fatta en rad beslut som skall leda till att man uppfyller samhällets och projektets krav. Dessa beslut fattas oftast på basis av ett antal faktorer som innehåller osäkerheter varför kvantifiering och hantering av osäkerheterna är en viktig del i beslutsunderlaget. De dimensioneringsmetoder som används måste ta hänsyn till osäkerheterna. För att snabbt få en översiktlig uppfattning om osäkerheterna behövs en relativt enkel och ingenjörsmässig metod. I denna rapport visas hur statistiska metoder på ett enkelt sätt kan tillämpas på bergmekaniska frågeställningar. Arbetsgången i den föreslagna metoden VMEA (Variation Mode and Effect Analysis) är följande:

1. Hitta alla källor till osäkerheter, vilka kan vara spridning, statistisk osäkerhet och modellosäkerhet,
2. Kvantifiera storleken på osäkerheterna, t ex baserat på undersökningar, tidigare erfarenhet eller ingenjörserfarenhet.
3. Utvärdera känslighetskoefficienter, t ex genom beräkning, försök eller erfarenhet.
4. Beräkna totala prediktionsosäkerheten, genom att kvadratiskt summera osäkerheterna.

VMEA metoden bygger alltså på den enkla principen att man summerar varianserna på de bidragande källorna till osäkerhet.

Uppskattning av osäkerheterna i en beräkningsmetod

I Fallstudie 1, Frejus och Las-Planas, utgår vi från ett fall i litteraturen, Sulem et al. (1987) där en metod föreslås för beräkning av slutdeformationen av en tunnelsektion. Parametrarna i modellen tas i artikeln fram med kurvpassning av verkliga data från två tunnlar i skilda geologier och med olika förstärkning.

I vår rapport visas hur man med VMEA kan skatta delosäkerheter och total osäkerhet i slutdeformation. Analysen visar att parametern som beskriver andelen tidsberoende deformation är relativt konstant för de två tunnarna, medan den andra som är kopplad till den omedelbara deformationen varierar kraftigt och alltså måste skattas särskilt för nya projekt. Vi påvisar i denna fallstudie att det är möjligt att använda sig av VMEA-metoden för att få en del av underlaget för beslut om förstärkningar är tillräckliga. VMEA-metoden ger en uppskattning av hur stora osäkerheterna är och därigenom hur stor marginal man behöver.

Tillämpning på observationsmetoden

Vid observationsmetoden börjar man med en initial förstärkning och drivningsmetod och modifierar den vid behov baserat på gjorda observationer.

Initial förstärkning

Vi påpekar att VMEA kan vara användbart när man bedömer det initiala förstärkningsbehovet med t.ex en klassificeringsmetod. VMEA ger ju en möjlighet att uppskatta olika osäkerheter och att bedöma den totala osäkerheten i klassningen och därigenom i valet av förstärkning.

Användning av observationsresultat

I Fallstudie 2, Strengertunneln, använder vi observationsdata som ställts till vårt förfogande via (Holmberg & Stille, 2009). Vi använder dessa data för att

- jämföra två beräkningsmodeller, samt
- skatta modellosäkerheten och demonstrera hur prediktionsosäkerheten minskar med antalet observationer.

Jämförelse mellan beräkningsmodeller

Vi jämför två modeller, den ovan relaterade, Sulem et al (1987), och en modell som redovisas av Holmberg & Stille (2009). Vi gör anpassning av modellernas parametrar till data från olika sektioner i Strengertunneln och gör också en beräkning av osäkerheten i parametrarna och slutdeformationen. Beräkningarna exemplifieras för sektion 3 med ett 95%-igt konfidensintervall:

- [17,4 mm; 21,0 mm] för modell enl Sulem et al., och
- [16,9 mm; 17,2 mm] för modell enl Holmberg & Stille.

att jämföras med största uppmätta deformation på 17,3 mm. Den första modellen ger bäst anpassning, men kräver mycket data för att kunna anpassa alla fyra parametrarna. Den andra modellen kan användas med endast tre observationer, men ger ett modellfel som har uppskattats till 12%. Vidare diskussion kring för- och nackdelar med de två modellerna finns i avsnitt 4.4.

Prediktionsosäkerhet och antal observationer

Genom att använda modell enl Holmberg & Stille visas i avsnitt 4.6 hur osäkerheten i prediktionen minskar när man får fler observationer när tunneldrivningen fortskrider:

Prediktion av slutdeformation för x =	Osäkerhet								
	14,9	21,6	30,0	36,2	41,6	46,5	53,6	60,3	
Skattning	0,41	0,28	0,15	0,10	0,08	0,07	0,06	0,05	
Mätfel, systematiskt	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	
Modellfel	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	
Totalt	0,43	0,30	0,19	0,16	0,14	0,14	0,13	0,13	

Detta kan användas för att bedöma när drivningen nått så långt förbi sektionen att prediktioner av slutlig deformation kan beräknas med önskad noggrannhet (för beslut om eventuell ändring av förstärkning).

Slutsatser

Det finns möjlighet att använda VMEA under flera faser av dimensionering och byggande.

1. *Projektering.* I den tidiga dimensioneringsfasen kan en grundläggande VMEA användas för att hitta de styrande osäkerheterna, och denna kan sedan vid behov förfinas och uppdateras när mer information blir tillgänglig. För den slutliga dimensioneringen och bestämning av förstärkning kan en probabilistisk VMEA vara lämplig.
2. *Under byggets gång.* Vid användning av observationsmetoden kan VMEA användas för få en översikt av osäkerheterna. Detta behövs även när man bestämmer vilken förstärkning man ska starta med, något där VMEA kan användas för att beskriva osäkerheterna vid klassificering av berget och beräkning av bergklass. Sedan kan VMEA användas när man utvärderar observationerna. I avsnitt 5.6 finns ett exempel med deformationsmätningar från Strengertunneln, där osäkerheterna i predikterad slutdeformation och uppnådd säkerhet utvärderas allt eftersom ny data blir tillgänglig.
3. *Verifiering av konstruktionen.* Innan drifttagandet behöver det verifieras att konstruktionen uppfyller ställda säkerhetskrav, se t.ex (Holmberg & Stille, 2009). I avsnitt 0 demonstreras hur osäkerheterna i modellparametrar för slutdeformation kan kvantifieras med exempel för två olika tunnlar.

Summary

In rock construction a number of decisions have to be made throughout the entire project to meet the requirements set by the community, as well as the more project specific ones. These decisions are usually based on a number of factors which include uncertainties, which is the reason why the quantification and management of uncertainties is an important part of the decision making. The design methods must therefore take the uncertainties into account. To quickly get a general idea of the uncertainty the use of a fairly elementary engineering method is needed. In this report it is shown how statistical methods easily can be applied to rock mechanic problems. The procedure of the proposed method, called VMEA (Variation Mode and Effect Analysis), is as follows:

1. Identify the sources of uncertainty, which can be scatter or statistical and model uncertainty.
2. Quantify the size of the uncertainties, based on for example investigations, previous knowledge or engineering experience.
3. Evaluate the sensitivity coefficients, for example by calculation, experiments or experience.
4. Calculate the total prediction of uncertainties by summing the squares of the uncertainties.

Thus, the VMEA method is based on the basic principle of summation of variances from the sources of uncertainty.

Estimation of uncertainties in a calculation method

In Case Study 1, Frejus and Las-Planas, we evaluate a case in the literature, Sulem et al. (1987) where a method is proposed for calculating the final deformation of a tunnel section. The parameters of the model, obtained by curve fitting of measured deformations, are presented in the article for two tunnels with different geological and reinforcement conditions.

Our report shows how the VMEA method can be used to estimate the partial uncertainties and in the end the total uncertainty of the final deformation. The analysis shows that the parameter which describes the percentage of time-dependent deformation is quite constant for the two tunnels, while the other, which describe the immediate deformation, varies greatly. This must thus be estimated specifically for new projects. It is also demonstrated that it is possible to use the VMEA method to get a part of the basis for the decision making whether the reinforcements are adequate or not. The VMEA method gives an estimate of how large the uncertainties are and therefore how much margin will be need.

Application to the observational method

Using the observational method starts with an initial choice of reinforcement and excavation method which is to be altered if needed based on the observations during progress of the project.

Initial reinforcement

The VMEA method can be useful in assessing the need for initial reinforcement using a classification method. VMEA gives the possibility to estimate the various uncertainties and to assess the overall uncertainty in the classification and hence the choice of reinforcement.

Use of observational data

In Case Study 2, Strenger tunnel, we use observational data made available through (Holmberg & Stille, 2009). These data are used to

- compare two computational models, and
- estimating the model uncertainty and demonstrate how prediction uncertainty decreases with the number of observations.

Comparison of the calculation models

Two models are compared, the above mentioned Sulem et al (1987), and a model presented by Holmberg & Stille (2009). The model parameters are estimated based on the data from different sections of the Strenger tunnel. Also an estimate of the uncertainty in the parameters as well as in the final deformation is also calculated. The calculations are exemplified for section nr. 3 with a 95% confidence level:

- [17.4 mm; 21.0 mm] for the model according to Sulem et al., and
- [16.9 mm; 17.2 mm] for the model according to Holmberg & Stille.

To be compared with the largest measured deflection of 17.3 mm.

The first model gives the best fit, but requires a lot of data to determine all four parameters. The second model can be used with only three observations, but provides a model error which has been estimated at 12%. Further discussion of the pros and cons of the two models, see Section 4.4.

Prediction uncertainty and number of observations

Using the model according to Holmberg & Stille, it is shown in Section 4.6 how the uncertainty in the prediction decreases, as you get more observations as the tunnel excavation progresses:

Prediction of the final deformation for x =	Uncertainty								
	14,9	21,6	30,0	36,2	41,6	46,5	53,6	60,3	
Estimate	0,41	0,28	0,15	0,10	0,08	0,07	0,06	0,05	
Measurement error, systematic	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	
Model error	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	
Total	0,43	0,30	0,19	0,16	0,14	0,14	0,13	0,13	

This can be used to determine when the excavation has reached far enough beyond the section in order to be able to predict the final deformation with the sufficient accuracy (for decisions on any change of reinforcement).

Conclusions

There is a possibility to use the VMEA method at several stages of the design process as well as during construction.

1. *Planning.* In the early design phase, a basic VMEA can be used to find the governing uncertainties, which can be refined and updated as more information becomes available. For assessing the final design and determining the reinforcement, a probabilistic VMEA might be suitable.
2. *During construction.* When using the observational method the VMEA can be used to get an overview of the uncertainties. This is needed both in determining the initial reinforcement and when successively evaluating the observations. In section 5.6 an example of the deformation measurements from the Strenger tunnel is presented. The uncertainties in the predicted final deformation and obtained safety level are re-evaluated as new data becomes available.
3. *Verification of the structure.* Before put into service it should be verified that the structure meets safety requirements, see e.g. (Holmberg & Stille, 2009). In section 0 it is demonstrated how the uncertainties in model parameters, of the final deformation, can be quantified with examples from the two different tunnels.

Innehållsförteckning

Förord	i
Sammanfattning.....	iii
Summary.....	vi
1 Inledning.....	1
2 Osäkerheternas betydelse vid tunnelbyggande.....	5
2.1 Krav på tunnlar bärförmåga, stadga och beständighet	5
2.1.1 Generella samhällskrav.....	5
2.1.2 Egna krav	5
2.1.3 Verifiering av att man inte överskrider gränstillstånden	6
2.2 Osäkerheter i dimensioneringen	6
2.2.1 Bergkvalitén	6
2.2.2 Dimensioneringsmetoden	6
2.2.3 Observationsmetoden	7
2.3 Osäkerhetsbaserade metoder för verifiering/dimensionering	7
2.4 Modeller för dimensionering av bergkonstruktioner	8
2.4.1 Empiriska (Klassningssystem)	8
2.4.2 Analytiska modeller.....	8
2.5 Numeriska modeller.....	9
2.6 Problem att hantera osäkerheter vid dimensioneringsberäkningar	9
2.6.1 Analytiska modeller.....	9
2.6.2 Numeriska modeller	10
2.7 Observationsmetoden.....	10
2.7.1 Eurokods krav på observationsmetoden	11
2.7.2 Användning av observationsmetoden.....	11
2.7.3 Krav på att hantera osäkerheter i observationsmetoden	11
3 Tillförlitlighet och VMEA-metoden.....	13
3.1 Probabilistiska metoder.....	13
3.1.1 Partialkoefficienter	13
3.1.2 Säkerhetsindex.....	13
3.1.3 Fullt probabilistisk metod.....	14
3.1.4 Val av metod.....	15
3.2 VMEA-metoden.....	15
3.2.1 Osäkerheter.....	15
3.2.2 Procedur för VMEA	16
4 Fallstudie 1: Frejus och Las-Planas	17
5 Fallstudie 2: Strengertunneln.....	27
5.1 VMEA.....	27
5.2 Modeller för deformation och uppskattning av osäkerheter	27

5.2.1	Exempel på anpassning till modell A	28
5.2.2	Exempel på anpassning till modell B	30
5.2.3	Skattade slutdeformationer	31
5.3	Uppskattning av Modellosäkerhet	32
5.4	För- och nackdelar med modellerna	33
5.5	VMEA-tabell & säkerhetsfaktorer	34
5.6	Tillämpning på observationsmetoden	35
6	Diskussion och Slutsatser	39
	Referenser	40
	Appendix A: VMEA	43
	Thinking about Reliability	43
	Uncertainty – Variation and Lack of Knowledge	43
	Sources of Variation	43
	Uncertainty due to Lack of Knowledge	44
	VMEA – A Tool for Robustness Investigations	45
	Sensitivity to Variation	46
	The VMEA Procedure	46
	A General Procedure	47
	The Basic VMEA	48
	The Enhanced VMEA	48
	The Probabilistic VMEA	48
	The Probabilistic VMEA in more Detail	48
	Model for Prediction Uncertainty	49
	Estimation of Prediction Uncertainty	49
	Estimation of Random Variation	50
	Statistical Uncertainty	50
	Model Uncertainty	50
	Uncertainty in Loads	51
	Total Prediction Uncertainty	51
	Safety Factors in Design and Reliability Indices	52
	An Extra Safety Factor	54

1 Inledning

I maj 2011 infördes i Sverige den nya plan- och bygglagen SFS 2010:900 i vilken det står skrivet om kraven på byggnadsverk. Exempelvis står i fråga om byggnadsverkets utformning att den skall vara sådan att ”byggnadsverket är lämpligt för sitt ändamål” och det skall ha ”god form-, färg- och materialverkan”. Men det finns också krav på de tekniska egenskaperna exempelvis när det gäller bärförmåga, stadga och beständighet. Byggnader, som exempelvis flerfamiljshus eller kontorsbyggnader, skall vara säkra att använda för sina ändamål. De skall tåla snölast och kunna stå emot kraftiga stormar. Bjälklagen får inte brista av belastningen från den aktuella verksamheten och deformationen av bjälklagen får heller inte vara så stor att det påverkar dess utseende eller funktion. Kort sagt skall byggnadsverk vara dimensionerade för att klara rådande belastningar. Samma grundläggande regler gäller även för konstruktioner i berg som exempelvis tunnlar.

Reglerna för hur man skall dimensionera finns i det system som utgör konstruktionsreglerna. I Sverige är dessa Eurokoderna och för byggnader Boverkets föreskriftsserie EKS och för tunnlar och broar Trafikverkets föreskrifter. Eurokoderna består av ett antal standarder som behandlar grundläggande regler för dimensionering, belastningar på byggnadsverk samt standarder om hur exempelvis stål-, trä-, och betongkonstruktioner skall dimensioneras. Det finns också en standard för geokonstruktioner.

Vid dimensionering av exempelvis en stål- eller betongkonstruktion förutsätts att lasteffekten (S) och bärförmågan (R) är två oberoende variabler. Konstruktionen skall alltså, vanligtvis dessutom med en viss marginal, ha en större bärförmåga än de laster den utsätts för så som det uttrycks i ekvation (1.1).

$$R > S \quad (1.1)$$

Det här betraktelsesättet, med oberoende variabler, är tyvärr inte tillämpligt på bergkonstruktioner. Det bärande systemet består alltså dels av själva berget och dels av förstärkningarna och bärförmågan styrs av deformationerna. Samtidigt kommer lasten från berget på ett sätt som också är beroende av deformationerna. Vi kan alltså inte separera last och bärförmåga som i ekvation (1.1).

Vid konstruktion i stål eller betong men också i trä, även om detta material kan uppvisa stor spridning, har man god kontroll över materialets mekaniska egenskaper. Stål tillverkas under välkontrollerade processer och därmed blir de mekaniska egenskaperna väl definierade. Draghållfasthet, brotthållfasthet, brottöjning ligger exempelvis inom vissa givna gränser och elasticitetsmodulen för stål är väldefinierad. Motsvarande gäller för trä och betong där det också sker en specifik indelning i hållfasthetsklasser. Även metoderna, eller modellerna, som används för dimensionering av konstruktioner i dessa material är välkända inom hållfasthetsläran. Det råder i princip ingen osäkerhet hur man räknar ut deformation på grund av en viss typ av belastning eller vilken spänning den lasten ger upphov till hos en stålkonstruktion.

När det kommer till konstruktioner i berg är det så att de mekaniska egenskaperna i normalfallet inte är kända och de kan dessutom variera stort. Det är naturligtvis möjligt, innan byggnationen börjar, att kartlägga området för att skaffa sig mer information om det aktuella berget. Men det är bara i ett fåtal provpunkter egenskaperna är bestämda. Det kan dessutom vara stora skillnader längs tunneln vilket den inledande undersökningen kan missa. Man kan lätt föreställa sig att det längs en flera kilometer

lång tunnel kan finnas områden eller zoner med både fast och sprucket berg där variationen i de mekaniska egenskaperna kan vara stora. Förutom osäkerheter i mekaniska egenskaper så är även modellerna som används för att förutsäga exempelvis deformationer behäftade med osäkerheter. Även här finns det skillnader. För exempelvis svagt berg kan det vara svårt att förutse sättningar medan det hos starkt berg är lättare. För svagt berg är det å andra sidan lättare att kontrollera faktiska deformationer genom mätning. Aktuella förhållanden tillsammans med normer och regler bestämmer hur mycket förstärkning som behövs.

Den grundläggande tanken i Eurokod vid dimensionering är att ha ett sannolikhetsbaserat tankesätt och den metod som rekommenderas är partialkoefficientmetoden. Man utgår då från karakteristiska värden på last respektive bärförmåga vilka sedan multipliceras respektive divideras med partialkoefficienter för att få fram dimensionerande värden, S_d (lasteffekt) och R_d (bärförmåga). Det skall sedan visas att bärförmågan överstiger lasteffekten enligt ekv. (1.1). De statistiska principer som ligger till grund för detta är sannolikheten för att de karakteristiska värdena som skall överskridas för lasteffekt eller understiga för bärförmåga med 5 %. Man använder sig alltså av 95 % respektive 5 %-percentilen. Då det föreligger samverkan mellan berget och förstärkningskonstruktionen som nämndes tidigare är denna metod inte tillämplig annat än i enklare fall och efter tekniska överväganden. Det har därför utvecklats alternativa metoder för verifiering av en konstruktion. Tre av dessa finns med i Eurokoderna. Den första baseras på dimensionering med sannolikhetsbaserade metoder, se EN 1990:2002, den andra kan beskrivas som en variant på partialkoefficientmetoden, se EN 1990:2002 och den tredje kallas observationsmetoden, se EN 1997-1:2004.

Nyuppförande och utbyggnad av infrastrukturen är förknippad med betydande kostnader. Det är därför av vikt att hålla ner dessa. Ett sätt att göra det vid exempelvis byggandet av tunnlar är att välja rätt förstärkningsnivåer. Att från start välja en viss design, som sedan inte ändras, kan leda till en för stark, eller om man så vill för konservativ konstruktion. Det kan också leda till en för svag konstruktion vilket kan leda till avstängning för reparation och underhåll av infrastrukturen. Med den grundläggande metoden enligt Eurokoden, eller genom att använda de två första alternativa metoderna, har man små möjligheter att ta vara på den information och erfarenhet man får om berget vid den fortsatta tunneldrivningen. En metod som dock tar vara på denna information är observationsmetoden vilken är en mycket lämplig metod att använda i dessa sammanhang.

När man skall göra beräkningar och bedömningar är det viktigt att göra en analys av kvalitén då det finns osäkerheter gällande de använda metoderna/modellerna eller osäkerheter kring de uppmätta parametrarna. Ett sätt att bedöma osäkerheterna är att använda sig av statistiska verktyg. Den metod vi föreslår kallas VMEA (Variation Mode and Effect Analysis) och bygger på att osäkerheterna kombineras till en total osäkerhet, vilket beskrivs i avsnitt 3.2. VMEA metoden är en andra-moments-metod som bygger på den enkla principen att man summerar varianserna på de bidragande källorna till osäkerhet. Metoden kan användas i ett tidigt skede även om det inte finns så mycket data tillgängligt. Det går att uppdatera osäkerhetsanalysen allteftersom ny information och kunskap blir tillgänglig i form av mätningar eller förfinade modeller. En VMEA ger ett mått på kvaliteten i det beräknade resultatet. Den kan också användas för att finna den svaga punkten i beräkningen, utvärdera modellkomplexitet och bestämma säkerhetsmarginaler.

Syftet med detta arbete har varit att anpassa och implementera VMEA-metoden för bergmekaniska tillämpningar och använda den tillsammans med observationsmetoden. Vi koncentrerar oss i detta projekt på att göra en fallstudie för att demonstrera VMEA-metoden. Fallstudien hämtar vi från (Holmberg & Stille 2009) ”Observationsmetoden och deformationsmätningar vid tunnelbyggande” där modeller och data finns tillgängligt. Projektet består i stora drag av två moment:

- Analys av spridning och osäkerheter baserat på data från (Holmberg & Stille 2009).
- Tillförlitlighetsutvärdering baserat på osäkerhetsanalysen, speciellt kopplingen till Eurokod och som ett verktyg för uppdatering vid användandet av ”observationsmetoden”.

2 Osäkerheternas betydelse vid tunnelbyggande

Inom bergbyggandet måste man under hela byggprojektet fatta en rad beslut som skall leda till att man uppfyller kraven. Dessa beslut fattas oftast på basis av ett antal faktorer som innehåller osäkerheter där kvantifiering och hantering av osäkerheterna är en viktig del. Att på ett tidigt stadium kunna identifiera de mest betydelsefulla osäkerheterna är viktigt. För att ge en bakgrund till osäkerheternas betydelse beskrivs först de krav som ställs och ges en kort beskrivning av de dimensioneringsmetoder som vanligen används.

2.1 Krav på tunnlar bärförmåga, stadga och beständighet

2.1.1 Generella samhällskrav

En tunnel är ett byggnadsverk där plan och bygglagen ställer kravet att bärförmåga, stadga och beständighet skall vara tillräcklig.

I Plan- och byggförordning (2011:338) anges:

Egenskapskrav avseende bärförmåga, stadga och beständighet

7 § För att uppfylla det krav på bärförmåga, stadga och beständighet som anges i 8 kap. 4 § första stycket 1 plan- och bygglagen (2010:900) ska ett byggnadsverk vara projekterat och utfört på ett sådant sätt att den påverkan som byggnadsverket sannolikt utsätts för när det byggs eller används inte leder till

- 1. att byggnadsverket helt eller delvis rasar,*
- 2. oacceptabla större deformationer,*
- 3. skada på andra delar av byggnadsverket, dess installationer eller fasta utrustning till följd av större deformationer i den bärande konstruktionen, eller*
- 4. skada som inte står i proportion till den händelse som orsakat skadan.*

För att uppfylla detta görs dimensionering i bygg- och anläggningsbranschen numera enligt Eurokod. Man dimensionerar då i två så kallade gränstillstånd, brottgränstillstånd och bruksgränstillstånd.

Brottgränstillstånd

Gränstillstånd som rör människors och byggkonstruktionens säkerhet och i vissa fall skydd för konstruktionens innehåll skall klassas som brottgränstillstånd.

Bruksgränstillstånd

De gränstillstånd som rör bland annat konstruktionen eller konstruktionsdelens funktion vid normal användning och dess utseende skall klassas som bruksgränstillstånd.

Verifieringen att man inte överskrider bruksgränstillståndet skall baseras på kriterier som rör utseendet, konstruktionens funktion, skador som kan ha en negativ inverkan på konstruktionens utseende, hållbarhet eller funktion.

2.1.2 Egna krav

Förutom att man måste uppfylla samhällskraven, kan det finnas ytterligare där beslut måste fattas med hänsyn till osäkerheter:

- Ekonomi vid byggandet
- Driftekonomi
 - Krav på tillförlitlighet
 - Krav gällande underhåll

2.1.3 Verifiering av att man inte överskrider gränstillstånden

Samhällskravet att man inte överskrider ett gränstillstånd kan verifieras med olika "tillåtna" metoder. Samtliga metoder avser att skapa en reservkapacitet så att sannolikheten att överskrida ett gränstillstånd är acceptabelt liten. Detta kan ske genom att man ökar konstruktionens "bärförmåga" antingen procentuellt (säkerhetsfaktor) eller absolut (säkerhetsmarginal). För att få rätt storlek på reservkapaciteten krävs att man på något sätt kan uppskatta de osäkerheter som finns.

2.2 Osäkerheter i dimensioneringen

Vid dimensionering av det bärande huvudsystemet i tunneln (berg + förstärkningar) finns det två osäkerheter: bergkvalitén och dimensioneringsmetoden

2.2.1 Bergkvalitén

Egenskaperna hos berget i den sektion där man skall besluta om förstärkningar är oftast inte känd eftersom man i bergbyggandet endast har ett mycket begränsat antal provpunkter där egenskaperna är bestämda. Berget kan ses som uppbyggt av två delar, ett "kontinuum" med egenskaper som varierar i rymden och över detta ett mönster av slumpmässiga diskreta element (sprickor och slag). För en tunnel är det ofta fallet att man har olika bergtyper längs tunneln med olika kvalitet, så osäkerheten omfattar både bergtyp och egenskaperna hos den antagna bergtypen.

Osäkerheterna i bergets kvalitet är i princip epistemisk, dvs osäkerheterna beror på vår okunskap eftersom berget finns där och skulle i princip kunna undersökas och beskrivas. Det finns dock ett inslag av aleatorisk osäkerhet, dvs slumpmässig variation, orsakad av spänningsändringar vid bergschakten, sprängningsskador etc. Ofta väljer man när man modellerar bergets egenskaper stokastiskt att betrakta osäkerheten som aleatorisk medan modellparametrarna är epistemiska. Dessa parametrar kan då uppdateras och dess osäkerhet minskas med ytterligare provtagning eller andra observationer. Att bestämma bergtypen är ett klassnings- eller karteringsproblem där osäkerheten är till stor del epistemisk.

Osäkerheter i bergkvalitén hos en bergtyp kan beskrivas genom att man anger ett intervall för egenskaperna eller genom att man använder statistiska fördelningar. Om man antar att det finns ett rymdberoende hos kvalitén kan geostatistiska och liknande metoder användas som stöd vid interpolering mellan undersökningspunkter. Man kan då också få ett mått på osäkerheten i skattningen i olika punkter, se t.ex (Holmberg & Stille, 2009).

När det gäller diskreta element, sprickor och slag, är det svårt att modellera dessa utifrån förundersökningar. Man får i stället förlita sig på försonderingar och liknande, ofta baserat på en geologs bedömningar. Det bör här påpekas att man ofta har en geolog på plats som gör en bergbesiktning innan förstärkning appliceras.

2.2.2 Dimensioneringsmetoden

Även om man har gjort en korrekt bedömning av bergkvalitén, finns det en osäkerhet i dimensioneringsmetoden. Denna osäkerhet är epistemisk och kan minskas med forskning, tester, erfarenheter från liknande byggen etc. Den beskrivs och korrigeras ofta med en multiplikativ korrigeringsfaktor eller modellfaktor, M

$$M = \frac{\text{"verkligt beteende"}}{\text{"beräknat beteende"}}$$

som kan skattas ur tidigare data och även uppdateras.

2.2.3 Observationsmetoden

När det är svårt att verifiera en geokonstruktion med dimensioneringsberäkningar kan man använda den så kallade observationsmetoden. Den beskrivs i Avsnitt 2.7.

2.3 Osäkerhetsbaserade metoder för verifiering/dimensionering

Vilka metoder för verifiering av gränstillstånden som accepteras av samhället styrs av Eurokod. Metoderna utarbetades i början för byggnader, vilket gör att alla inte är optimala för bergbygge. I några metoder görs en verifiering genom dimensioneringsberäkningar. Man kan se tre nivåer av probabilistiska metoder beroende på hur man hanterar osäkerheterna statistiskt:

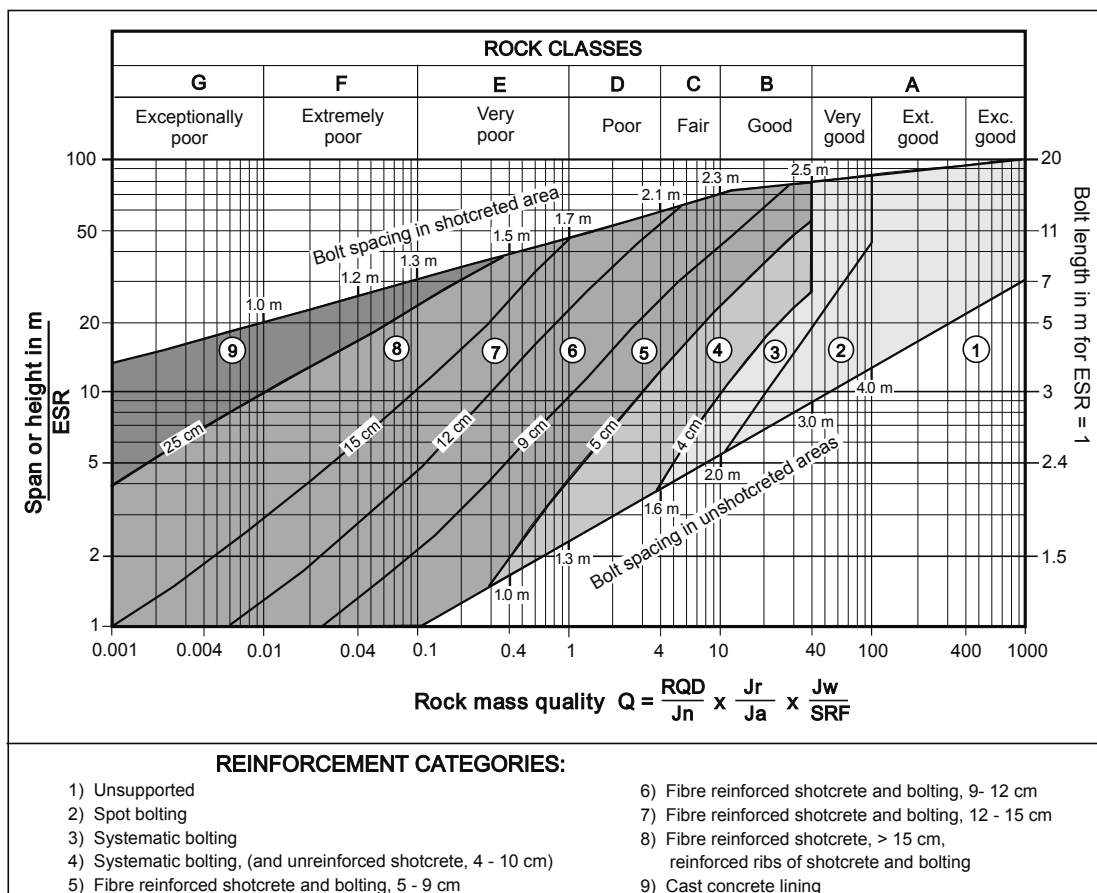
- *Partialkoefficient-metoden*: Karaktäristiska värden för lasteffekt och bärförmåga beräknas som 5% högsta respektive lägsta kvantilen, vilka sedan korrigeras med partialkoefficienter för att erhålla dimensionerande värden. Partialkoefficientmetoden är den metod som primärt rekommenderas i Eurokod, men det finns viss tveksamhet i branschen om dess användbarhet för bergkonstruktioner.
- *Säkerhetsindex-metoden*: Detta är en andra-moments-metod, vilket innebär att infördelningarna karaktäriseras med medelvärden och standardavvikelser. Dessa används för att beräkna ett säkerhetsindex β , varför metoden också kallas β -metoden. Detta index anger hur många standardavvikelser från gränsen man ligger.
- *Fullt probabilistisk metod*: Man ansätter statistiska fördelningen för de olika bidragen till lasteffekt och bärförmåga, vilket innebär att en brottsannolikhet kan beräknas. Resultatet är mycket känsligt för valet av fördelningstyper, varför små brottsannolikheter bör betraktas som jämförelsetal snarare än faktiska sannolikhetsutsagor.

Tillförlitlighet och probabilistisk dimensionering behandlas mer utförligt i avsnitt 3. Förutom dessa metoder finns den så kallade observationsmetoden, se avsnitt 2.7

2.4 Modeller för dimensionering av bergkonstruktioner

2.4.1 Empiriska (Klassningssystem)

Det finns flera empiriska metoder som bygger på klassningssystem, där man utgående från ett antal bergparametrar bestämmer bergets klass och utifrån den också förstärkningsbehovet. En översikt över olika klassificeringssystem finns t.ex. i Stille & Palmström (2003), Palmström & Stille (2010) och Palmström (2011). I de olika systemen kombineras olika bergrelaterade observationer enligt olika system till ett index (designklass). Ett exempel på ett diagram för förstärkningsdimensionering visas i Figur 2.1. Man kan möjligen se dessa modeller som en ”hävdvunnen åtgärd” enligt Eurokod, eller så kan man se dem som en del av observationsmetoden, där man under drivningens gång verifierar gjorda antaganden med geologiska observationer.



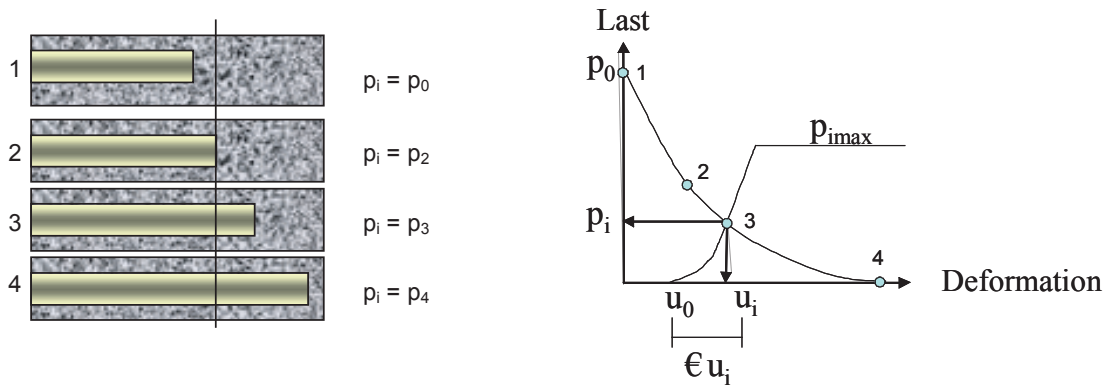
Figur 2.1: Diagram för förstärkningsdimensionering med Q-systemet.

2.4.2 Analytiska modeller

För vissa enkla problemställningar t.ex valvverkan mellan block i ett tak finns det analytiska lösningar, se Palmström & Stille (2010). Den analytiska metod som ofta tillämpas baseras på ”ground reaction curve” och används särskilt i de fall man vill räkna på samverkan mellan berget och en förstärkning. Man kan definiera en brottgräns för systemet berg-förstärkning:

- man kan inte nå ett förhållande där förstärkningen kan mobilisera tillräckliga krafter för att kunna hålla emot lasten från berget, d.v.s. det finns ingen jämviktspunkt (u^*, p_i^*), eller
- man når visserligen jämvikt men vid en oacceptabelt stor deformation.

Man utgår vid beräkningen från bergets och förstärkningens responskurvor som funktion av deformationen och hittar en jämviktspunkt, Stille m.fl (2005). Principen visas i Figur 2.2. Lösningar finns för ett antal olika fall, se t.ex. Stille m.fl (2005).



Figur 2.2 Responskurvor för berg och förstärkning för en sektion under tunneldrivningen. (Källa: Stille m.fl (2005))

2.5 Numeriska modeller

För modellering av komplexa bergmekaniska problem används även olika numeriska metoder se till exempel Jing & Hudson (2002). Några exempel är

- Finita Elementmetoden (FEM)
- Finita Differensmetoden (FDM)
- Boundary Element Method (BEM)
- Discrete Element Method (DEM)

Sådana metoder är kraftfulla, men ställer stora krav på en problemanpassad modellering, särskilt bergets struktur och egenskaper.

2.6 Problem att hantera osäkerheter vid dimensioneringsberäkningar

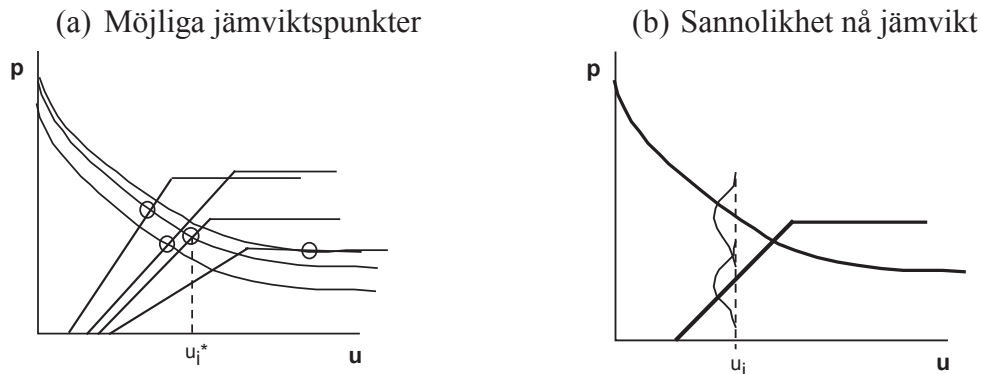
Vid dimensioneringsberäkningar, t.ex. för att verifiera att samhällets krav är uppfyllda, vill man kunna göra beräkningarna med att tillämpa ”godkända” metoder på någon av de dimensioneringsmodeller som finns.

Detta är ofta problematiskt, främst kanske därför att många av metoderna förutsätter att man kan separera lasteffekt och bärförmåga. När det gäller bergkonstruktioner har man ofta en samverkanskonstruktion, där det inte går att göra en sådan uppdelning.

2.6.1 Analytiska modeller

I de fall då lasteffekt och bärförmåga kan separeras, kan de olika metoderna som beskrivits i Avsnitt 2.3 användas, dock med reservation för partialkoefficientmetoden.

För samverkanskonstruktioner visas i Stille m.fl (2005). Bilaga B, hur man kan använda en modell baserad på 'ground reaction curve' och utföra beräkningar med dels simulering, dels β -metoden. Last och bärförmåga styrs av deformationen och det gäller att verifiera att det kan nå jämvikt vid en deformation som är acceptabel. I båda fallen görs lösningen med hjälp av iterering. Vid simulering betraktar man alla de möjliga kombinationerna av responskurvor för berg och förstärkning och beräknar sedan jämviktspunkten u_i^* för varje sådan kombination, se Figur 2.3a.



Figur 2.3 (a) Möjliga jämviktspunkter. (b) Sannolikhet nå jämvikt för givet $u = u_i$. Källa: Stille m.fl (2005)

Vid beräkning med β -metoden hanteras problemet med brottgränsuttrycket på ett annat sätt.

Vi skriver brottgränsuttrycket som $g(\cdot | u_i) = p_i^{\text{förstärkning}} - p_i^{\text{berg}}$. Man kan beskriva sannolikheten för läget hos responskurvan (för ett givet $u = u_i$) med en täthetsfördelning, se Figur 2.3b. Om vi sätter in ett värde på u_i i brottgränsuttrycket kan vi beräkna sannolikheten att få "brott" för detta värde. I figuren syns hur man för det valda värdet på u_i får en problemställning som är "typisk" för β -metoden. Med β -metoden gör man därför så att man stegar u_i och beräknar sannolikheten för jämvikt. Om man når en tillräckligt liten sannolikhet att överskrida brottgränsuttrycket $g(\cdot | u_i)$ för deformationer som är mindre än den accepterade så har man verifierat konstruktionen med avseende på "brottsgränsen".

2.6.2 Numeriska modeller

Även när det gäller numeriska modeller finns det möjligheter att explicit ta med osäkerheterna i beräkningen. Dels finns det möjligheten att arbeta med osäkerheterna direkt i den numeriska modellen, t.ex med stokastiska finita element, dels kan man använda beräkningsresultat numeriska modeller för att anpassa en så kallad "response surface" som kan användas med t.ex FORM för att beräkna brottsannolikheten.

2.7 Observationsmetoden

Det är ofta svårt att verifiera funktionen hos en bergkonstruktion enbart med hjälp av beräkningar. Eurokod ger därför en möjlighet att i stället använda observationer av den verkliga konstruktionens beteende och att anpassa konstruktionen och byggmetoden efter dessa. För en fullständig beskrivning av metoden och exempel på dess tillämpning hänvisas till Stille m.fl (2005), Holmberg & Stille (2007), Holmberg & Stille (2009). Huvuddragen i metoden redovisas nedan (hämtat ur Stille m.fl 2005)

2.7.1 Eurokods krav på observationsmetoden

Nedan sammanfattas de viktigaste kraven i Eurokod. De ska formellt vara uppfyllda innan byggandet påbörjas.

- Gränser för acceptabelt beteende ska fastläggas för den aktuella designen och den observerade konstruktionen.
- Intervall för möjligt beteende skall fastläggas och det ska påvisas att det finns en acceptabel sannolikhet för att det möjliga beteendet ligger inom de fastlagda gränserna för det acceptabla beteendet.
- Planer skall utformas som beskriver de åtgärder som skall vidtagas om konstruktionen inte uppför sig som förväntat.
- En plan för kontroll och uppföljning ska upprättas som kan bekräfta att det faktiska beteendet ligger inom gränserna för det acceptabla beteendet. Kontrollerna ska i god tid och med tillräckligt korta intervall klarlägga att beteendet ligger inom sagda gränser för att möjliggöra att utförda åtgärder blir framgångsrika.

2.7.2 Användning av observationsmetoden

- Inför användandet av observationsmetoden krävs att beslut fattas huruvida konstruktionen initialt ska överdimensioneras eller inte, samt om möjligheten till optimering ska utnyttjas när faktisk information föreligger som kan verifiera konstruktionens beteende. Dessutom bör bedömas i vilken omfattning provning och utvärdering av ingående materials mekaniska egenskaper ska ske.
- Det ska vara möjligt att med en eller flera observerbara storheter definiera vad som är ett acceptabelt beteende, till exempel genom att fastlägga en gräns för storleken på deformationer.
- Med utgångspunkt från projektets förutsättningar ska det med tillgängliga beräkningsmodeller gå att uppfylla de formella krav som omfattar begreppen möjligt beteende och acceptabel sannolikhet.
- Projektets förutsättningar ska tillsammans med observationssystemets utformning möjliggöra att väsentlig information kan inhämtas som visar konstruktionens faktiska beteende och i fall det avviker från det förväntade beteendet så ska informationen föreligga i tillräckligt god tid för att förebyggande åtgärder i form av till exempel kompletterande bergförstärkning ska få avsedd verkan

2.7.3 Krav på att hantera osäkerheter i observationsmetoden

På dimensioneringsstadiet

Vid observationsmetoden måste man starta med ett grundutförande för drivning och förstärkning som sedan kan komma att ändras beroende på observationsresultaten. Det finns krav på detta grundutförande både från myndigheter och från utföraren.

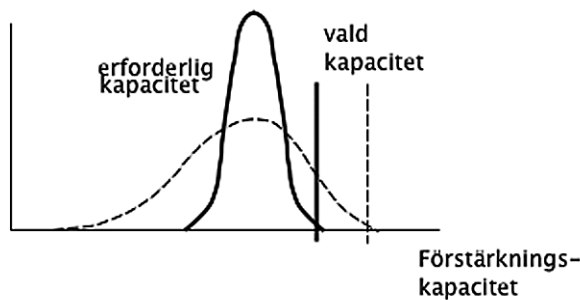
Grundutförandet dimensioneras enligt någon av metoderna ovan, oftast med en empirisk klassningsmetod. I detta stadium skulle en statistisk metodik kunna användas för att bedöma osäkerheten i olika delar och även den totala osäkerheten, tex genom att tillämpa VMEA-metoden. Resultatet kan sedan användas för att utvärdera osäkerheterna vid dimensionering.

- Eurokod ställer kravet att man skall påvisa att det finns en acceptabel sannolikhet för att det möjliga beteendet ligger inom de fastlagda acceptabla gränserna. Vilken sannolikhet som är acceptabel avgörs av byggherren.
- Entreprenören vill undvika att få en konstruktion som inte uppfyller kraven så att man tvingas gå tillbaka och montera ytterligare förstärkning.

Under observationsfasen

Extrapolering i tiden

Eftersom det oftast handlar om tidsberoende förlopp i berget vill man så snart som möjligt kunna göra en utsaga om slutgiltigt beteende hos berget. Det betyder att man måste fatta beslut om man skall göra ändringar i sitt utförande innan man har ett helt säkert underlag. Om man beslutar sig för en förstärkning som är för svag drabbas man av stora kostnader för att åtgärda den vid ett senare stadium. Om man väljer en överstark förstärkning slipper man åtgärda, men har fått en extrakostnad. Vi vill alltså ha en uppskattning om erforderlig kapacitet hos förstärkningen. Valet styrs till stor del av osäkerheten (spridningen) i vår uppskattning av kapaciteten, se Figur 2.4. Man måste alltså extrapolera ett förlopp i tiden. För att man skall kunna fatta bästa beslut behöver man en uppfattning om osäkerheten i denna extrapolation.



Figur 2.4 Osäkerhetens effekt på val av förstärkning

Val av modell

Som diskuteras i Stille m.fl (2005) kan det finnas en beslutssituation där man behöver välja mellan olika modeller för att förutsäga bergets kommande beteende. Även i detta fall, där man skall välja den ”bästa” modellen, är det av vikt att ha en bild av osäkerheterna.

3 Tillförlitlighet och VMEA-metoden

Analys och bedömning av kvaliteten i beräkningar och provningar är en viktig uppgift, då det finns osäkerheter vid både provning, mätning och beräkning. För att göra detta föreslår vi ett statistiskt verktyg kallat VMEA (Variation Mode and Effect Analysis), (Johansson, et al., 2006; Johannesson, et al., 2009). Metoden kan användas i ett tidigt stadium då endast begränsad information om osäkerheter finns tillgänglig, vilket oftast är fallet. Osäkerhetsanalysen kan sedan uppdateras allteftersom ny information blir tillgänglig, t ex nya provningsresultat eller mätningar, förfinade beräkningar eller förbättrade modeller. En VMEA ger ett mått på kvaliteten i det beräknade resultatet. Den kan också användas för att finna den svaga punkten i beräkningen, utvärdera modellkomplexitet och bestämma säkerhetsmarginaler. Vi kommer här att beskriva VMEA metoden tillsammans med ett tillämpningsexempel på hållfastheten för fasadplattor av natursten. En mer utförlig beskrivning av metodiken kring VMEA och vårt synsätt på variation och osäkerheter finns beskrivet i Appendix A samt (Bergman et al., 2009; Johannesson et al., 2013).

3.1 Probabilistiska metoder

3.1.1 Partialkoefficienter

Partialkoefficientmetoden är den metod som primärt rekommenderas i Eurokod. Grundprincipen är att man utgår från så kallade ”karakteristiska värden” på last och bärförmåga och sedan multiplicerar respektive dividerar dessa med partialkoefficienter för att få fram de dimensioneringsvärden som används när man beräknar dimensionerande lasteffekt R_d och dimensionerande bärförmåga S_d . Vid verifieringen skall man sedan visa att $R_d - S_d \geq 0$.

De karakteristiska värdena skall i princip väljas enligt statistiska principer så att sannolikheten att de skall överskridas (last) respektive underskridas (materialegenskaper) är 5%, d.v.s. man använder 95%- respektive 5%-kvantilen.

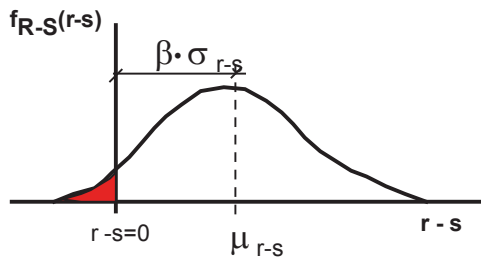
Problem med användandet av partialkoefficientmetoden vid bergbyggande ligger framför allt i att man förutsätter att man kan separera lasteffekt och bärförmåga, något som är svårt eftersom vi ofta har att göra med samverkanskonstruktioner.

3.1.2 Säkerhetsindex

Säkerhetsindexmetoden kallas också för β -metoden. Den har den fördelen att man kan använda stokastiska indata och som beräkningsresultat få ut ett mått på avståndet till gränstillståndet. Det är en andra-moments-metod vilket innebär att man bara använder sig av de två första centralmomenten av de stokastiska variabler och därmed inte tar hänsyn till dess fördelningstyp. Skillnaden mellan bärförmåga och lasteffekt anges som en stokastisk variabel, $(R - S)$. Den har de två första momenten: medelvärde (väntevärde) μ_{r-s} och standardavvikelse σ_{r-s} . Då definieras säkerhetsindex β som avståndet uttryckt i standardavvikelser mellan brottgränsen ($R - S = 0$) och väntevärdet, nämligen

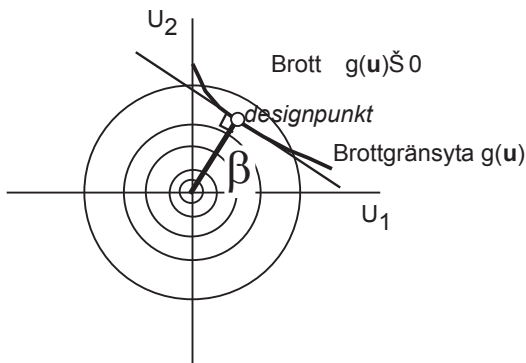
$$\beta = \frac{\mu_{r-s}}{\sigma_{r-s}}$$

Definitionen visas i Figur 3.1.



Figur 3.1 Definition av enkelt säkerhetsindex.

Genom att ansätta en fördelning kan en brottsannolikhet beräknas, dvs. sannolikheten för att överskrida gränstillståndet, t ex $p_f = \Phi(-\beta)$ för normalfördelningen. Det bör dock nämnas att den beräknade sannolikheten beror på hur man har formulerat sin gränsfunktion. En lösning till detta är att använda den definition av säkerhetsindex som föreslagits av Hasofer och Lind (1974): β_{HL} . Metoden brukar kallas FORM (First Order Reliability Method), och β_{HL} definieras geometriskt på det sätt som visas i Figur 3.2. Efter att alla ingående variabler transformerats till oberoende normalfördelningar $N(0,1)$ och brottgränssytan räknats om till det nya koordinatsystemet, så är β_{HL} lika med kortaste avståndet mellan brottgränssytan och origo.



Figur 3.2 Definition av β_{HL} enl. Hasofer-Lind.

3.1.3 Fullt probabilistisk metod

Vid den probabilistiska metoden beskriver man alla ingående osäkra storheter som stokastiska variabler. Man vill sedan beräkna sannolikheten att överskrida gränsfunktionen, dvs. den volym av simultanfördelningen av de ingående variablerna som ligger utanför gränssytan och som för två variabler (last och bärförmåga) ges av

$$p_f = P[G(X_1, X_2) \leq 0] = \int_{G \leq 0} \int f_{x_1, x_2}(x_1, x_2) dx_1 dx_2$$

Brottsannolikheten påverkas av ändringar av variablernas fördelningstyp samt dess medelvärden, standardavvikelser och korrelation. För det generella fallet med flera basvariabler ges brottsannolikheten av

$$p_f = P[G(\mathbf{X}) \leq 0] = \int_{G(\mathbf{X}) \leq 0} \dots \int f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x}$$

Man får alltså en multipel integral med antalet lika med antalet basvariabler. Att lösa denna integral ger beräkningsproblem som måste lösas för att metoden skall kunna

användas praktiskt. Två metoder som är lämpade är dels numerisk integration med t ex Monte Carlo-simulering, dels First Order Reliability Method.

3.1.4 Val av metod

Den etablerade metoden i Eurokod är baserad på partialkoefficienter men användbarheten inom bergbyggande diskuteras. Eurokod stödjer även användning av mer avancerade probabilistiska metoder.

Den fullt probabilistiska metoden är principiellt tilltalande. Ett stort problem i ingenjörstillämpningar är dock att fördelningarna för ingående variabler inte är kända och både dess typ och parametrar måste gissas eller uppskattas. Detta subjektiva val av infördelningar gör resultaten lätt kan övertolkas.

Säkerhetsindex är en andra-moments-metod som karaktäriserar osäkerheterna med de ingående variablernas varians. Vår erfarenhet är att inom ingenjörsmässiga tillämpningar är detta en lagom komplexitetsnivå. Det är alltså väsentligt att man kan uppskatta variansen hos de ingående variablerna och vid behov om möjligt minska den t ex genom att man skaffar mer data. Här kan VMEA användas som ett systematiskt verktyg för att uppskatta dessa osäkerheter samt utvärdera vilka som är dominerande och därmed ger störst inverkan på säkerhetsmarginalen.

3.2 VMEA-metoden

Inom robust konstruktionsmetodik har man föreslagit tre olika varianter av VMEA, nämligen grundläggande, förfinad och probabilistisk VMEA. Vilken variant som är lämpligast är beroende på vilken fas av produktutvecklingen man befinner sig i. En grundläggande VMEA används då målet är att hitta de viktigaste källorna till variation, t ex när man utvärderar olika konstruktionslösningar. Här bedöms variationskällornas storlek och dess inverkan på den produktens egenskaper man undersöker, genom att använda en tiogradig skala. Variationernas storlek och deras känsligheter multipliceras och summeras sedan, vilket ger ett mått på konstruktionens robusthet.

I nästa fas av produktutvecklingen, då man t ex har fastslagit de principiella designlösningarna, kan en förfinad VMEA tas fram med samma metoder som ovan. Man har i denna fas bättre underlag för att göra bedömningarna av variationerna och deras inverkan.

I den slutgiltiga fasen av produktutvecklingen, då t ex toleranser sätts och säkerhetsfaktorer verifieras, används en probabilistisk VMEA för att karaktärisera de fysikaliska storheterna. Metoden bygger på att man karaktäriserar källor till osäkerhet med en *statistisk standardavvikelse* och beräknar dess *känslighetskoefficient* med avseende på den studerade storheten, t ex livslängd, maximal spänning eller deformation. VMEA-metoden kombinerar de ingående osäkerheterna till en total osäkerhet för slutresultatet. Notera att VMEA är en andramomentsmetod. Vi kommer här att beskriva huvuddragen för VMEA. För mer detaljerad information om VMEA och dess användning inom robust konstruktionsmetodik hänvisar vi till Appendix A samt referenser ovan.

3.2.1 Osäkerheter

Olika typer av osäkerheter analyseras och kvantifieras

- spridning, vilket är den naturliga osäkerheten,
- statistisk osäkerhet, beroende på uppskattning av modellparametrar,

- modellosäkerhet, beroende på att modellen inte perfekt återspeglar verkligheten.

Spridning, som är en aleatorisk osäkerhet, kan inte undvikas utan måste hanteras med säkerhetsfaktorer, medan de två sista osäkerheterna, som är epistemiska, kan minskas genom att få tillgång till mer data eller bättre modeller. De olika osäkerheterna kombineras till en total osäkerhet.

3.2.2 Procedur för VMEA

Proceduren för VMEA kan beskrivas i följande steg:

5. Hitta alla källor till osäkerheter
(spridning, statistisk osäkerhet och modellosäkerhet)
6. Kvantifiera storleken på osäkerheterna,
t ex baserat på undersökningar, tidigare erfarenhet eller ingenjörserfarenhet.
7. Utvärdera känslighetskoefficienter,
t ex genom beräkning, försök eller erfarenhet.
8. Beräkna totala prediktionsosäkerheten
genom att kvadratiskt summera osäkerheterna.

Läsare med byggnadsteknisk bakgrund känner igen en del av resonemangen från den så kallade "successiva metoden" för kalkylering, Lichtenberg (2000).

Resultatet av en VMEA kan med fördel presenteras i form av en tabell, se Tabell 3.1 för ett exempel. Notera att den totala osäkerheten är roten ur kvadratsumman av de ingående osäkerheterna. Den resulterande totala prediktionsosäkerheten ligger till grund för tillförlitlighetsutvärderingen, t ex framtagning av säkerhetsfaktorer baserat på Eurokod och/eller beräkning av säkerhetsindex. För exemplet i Tabell 3.1 med total osäkerheten $\tau = 29\%$ kan t.ex en säkerhetsfaktor som täcker 2 standardavvikelse bestämas genom

$$SF = \exp(2 \cdot \tau) = \exp(2 \cdot 0.29) = 1.79.$$

Tabell 3.1: VMEA-tabell för ett exempel från utvärdering av osäkerheten hos styrkan av fasadplattor.

Variabel	Typ av osäkerhet	Osäkerhet standardavvikelse
variation mellan olika stenbrott	spridning/osäkerhet	18%
variation inom ett stenbrott	spridning	10%
förhållande (vått/torrt)	spridning/osäkerhet	7%
lastriktning	spridning/osäkerhet	10%
intern variation	spridning	13%
storlekseffekt	osäkerhet	9%
Total osäkerhet		29%

4 Fallstudie 1: Frejus och Las-Planas

Vi vill i det här avsnittet med hjälp av några enkla exempel visa hur man kan uppskatta osäkerheter genom att använda VMEA-metoden. Metoden syftar till att hitta de kritiska områdena med avseende på variationen hos olika parametrar. Alltså att identifiera de områden eller parametrar som ger störst bidrag till den totala osäkerheten i en skattning. Man kan med hjälp av metoden på ett enkelt sätt se var man skall lägga krutet för att få bästa möjliga förbättring.

En vanlig frågeställning vid tunnelbyggande är i vilken omfattning man behöver förstärka. Efter det att man har sprängt och forslat bort delar av berget kommer de inbyggda spänningarna i berget som tidigare fanns att lösa ut, och man får en deformation av berget som gör att tunneln krymper och som ibland kan påverka bärförmågan så mycket att inte har stabila förhållanden. Ett sätt att förhindra detta är att förstärka tunneln. Vilket kriterium gäller och hur skall man kunna avgöra det?

Ett sätt är att teckna ett uttryck för slutdeformationen hos tunneln, alltså den deformation man kan förvänta sig lång tid efter det att utgrävningarna är avslutade, och sedan jämföra denna med ett valt gränsvärde. I Sulem et al. (1987) finns följande generella uttryck för deformationen

$$C(x, t) = C_1(x) + C_2(t) \quad (1)$$

där C_1 beror av avståndet x till tunneln och C_2 av tiden, alltså bergets tidsberoende egenskaper. Funktionerna kan uttryckas enligt ekvation (2) och (3).

$$C_1(x) = C_{\infty x} \cdot \left\{ 1 - \left[\frac{X}{x + X} \right]^2 \right\} \quad (2)$$

$$C_2(t) = A(x) \cdot \left\{ 1 - \left[\frac{T}{t + T} \right]^{0,3} \right\} \quad (3)$$

Det har visat sig att $C_2(t)$ enligt ekvation (3) även är beroende av x i form a funktionen $A(x)$. Men det finns ett samband mellan $A(x)$ och $C_1(x)$ enligt ekvation (4) nedan.

$$m = \frac{A(x)}{C_1(x)} \quad (4)$$

Genom att utnyttja detta kan man skriva om ekvation (1) så att den får följande utseende.

$$C(x, t) = C_{\infty x} \cdot \left\{ 1 - \left[\frac{X}{x + X} \right]^2 \right\} \cdot \left\{ 1 + m \cdot \left(1 - \left[\frac{T}{t + T} \right]^{0,3} \right) \right\} \quad (5)$$

där

- X är avståndet vilket relaterar till influensavståndet till tunneln.
- T är en parameter som beror av de tidsberoende markförhållandena.
- $C_{\infty x}$ svarar mot omedelbar slutdeformation vilken skulle skapas om tunneln framdrevs med oändlig hastighet.
- m är andelen tidsberoende förskjutning relaterad till den tidsberoende förskjutningen.

Undersökningar av data från verkliga tunnelbyggen har senare bekräftat att modellen är en rimlig approximation, se vidare Sulem et. al. (1987).

Tunnelns slutdeformation, då t går mot oändligheten ($t \rightarrow \infty$) i ekvation (5), erhålls som

$$C_{\infty} = C_{\infty x} \cdot (1 + m) \quad (6)$$

Uttrycket består av två parametrar, $C_{\infty x}$ och m , som kan vara behäftade med osäkerheter. De kan alltså tänkas variera. Sulem et al. (1987) har utvärderat detta uttryck för två olika tunnlar. Vi kommer i nästa stycke att använda oss av dessa data för att demonstrera VMEA-metoden och variationsanalys.

Artikeln av Sulem et al. (1987) innehåller alltså data från två olika tunnlar som är byggda i olika geologier; Frejus-tunneln mellan Frankrike och Italien samt Las-Planas tunneln belägen i södra Frankrike. Vi börjar med att titta närmare på Frejus-tunneln för vilken gäller: *"the tunnel is excavated through schistose rock whose characteristics remain relatively constant"*. Genom att göra en kurvanpassning har man bestämt uttryckets, enligt ekvation (5), olika parametrar se Tabell 4.11.

Tabell 4.1: Beräknade parametrar för Frejus tunneln, Sulem et. al (1987).

<u>Frejus tunneln</u>							
Section	PM	X [m]	T [days]	$C_{\infty x}$ [mm]	m	C_{∞} total [mm]	$\frac{C_{\infty x}}{C_{\infty}}$ total
	181	12,8	4,5	93	4,1	□83	0,19
5	1838	20	2,2	24,8	3,89	121,2	0,2
7	1872	20	2,2	22,8	4,41	123,4	0,1□5
10	1947	20	8	24,2	3,63	112	0,216
122	5204	14	5,5	39,2	5,64	260,2	0,15
123	5235	14,7	3,5	96,8	3,08	394,8	0,245
124	5279	11,2	2,7	64,3	3,30	276,7	0,23
125	5323,5	12,1	2,2	54,3	3,17	226,7	0,24
128	5430	12	3	45,6	4,17	235,6	0,12

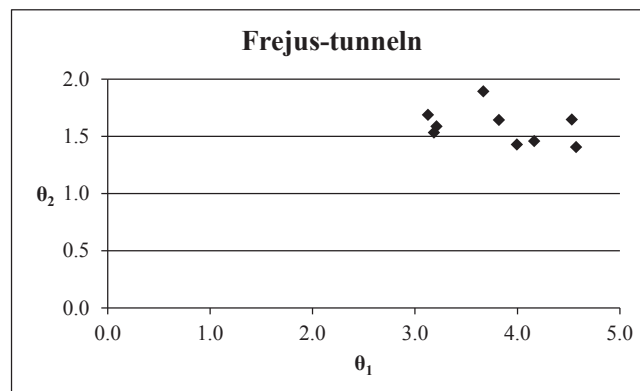
Vi skall nu göra en variationsanalys för att skatta osäkerheterna i parametrarna $C_{\infty x}$ och m , som bestämmer slutdeformationen $C_{\infty} = C_{\infty x} \cdot (1 + m)$, genom att bestämma medelvärde, standardavvikelse och korrelation för parametrarna i ekvation (6). Notera att osäkerheterna innehåller både skattningsosäkerheterna och variationen mellan olika sektioner, eftersom dessa källor inte går att separera. Det vi gör först är att logaritmera båda leden i ekvationen vilket gör att man kan skriva om den som en summa istället för en produkt enligt ekvation (7). Fördelen med detta är dels att man kan tolka värdenas variation direkt som procentuell variation men också dels för att det är möjligt att direkt summera varianserna, eller osäkerheterna som vi senare skall se.

$$\ln(C_{\infty}) = \ln(C_{\infty x} \cdot (1 + m)) = \ln C_{\infty x} + \ln(1 + m) \quad (7)$$

Vi benämner också de olika termerna i ekvation (7) enligt följande, $\theta_1 = \ln C_{\infty x}$ respektive $\theta_2 = \ln(1 + m)$. Resultatet av beräkningen presenteras i Tabell 4.2.

Tabell 4.2: Beräkning av medelvärde och standardavvikelse för betraktade parametrar.

	$\theta_1 = \ln(C_{\infty x})$	$\theta_2 = \ln(1+m)$
	4,53	1,65
	3,21	1,59
	3,13	1,69
	3,19	1,53
	3,67	1,89
	4,57	1,41
	4,16	1,46
	3,99	1,43
	3,82	1,64
Medel :	3,81	1,59
Std.av. :	0,56	0,15
Korrelation, $\gamma_{1,2}$:	-0,36	

Figur 4.1: Illustration av parametrarna θ_1 och θ_2 enligt Tabell 4.2.

Som nämndes tidigare är det möjligt att använda sig av den beräknade slutdeformationen som beslutsgrund gällande eventuella förstärkningsåtgärder. Vi vill nu göra en bedömning av den totala osäkerheten hos skattningen av slutdeformationen, $\ln C_{\infty}$. Detta kan man göra genom att beräkna standardavvikelsen för $\ln C_{\infty}$, vilken betecknas τ_1 . I ekvation (8) visas hur detta går till genom att använda sig av variansen av $\ln C_{\infty}$.

$$\begin{aligned} \tau_1^2 &= \text{Var}[\ln C_{\infty}] = \text{Var}[\ln C_{\infty x} + \ln(1+m)] \\ &= \text{Var}[\ln C_{\infty x}] + \text{Var}[\ln(1+m)] + 2 \cdot \text{Cov}[\ln C_{\infty x}, \ln(1+m)] \end{aligned} \quad (8)$$

Mellan variansen och standardavvikelsen gäller sambandet enligt ekvation (9).

$$\text{Var}(X) = \tau_X^2 \quad (9)$$

Detta kan sedan skrivas om enligt ekvation (10) genom att vi utnyttjar sambandet mellan kovariansen och korrelationstermen enligt ekvation (11).

$$\tau_1 = \sqrt{\sigma_{\theta_1}^2 + \sigma_{\theta_2}^2 + 2 \cdot \gamma_{1,2} \cdot \sigma_{\theta_1} \cdot \sigma_{\theta_2}} \quad (10)$$

där:

τ_1 är totala osäkerheten i form av standardavvikelsen.

σ_{θ_1} och σ_{θ_2} är standardavvikelsen för respektive parameter ($\theta_1 = \ln C_{\infty, x}$, $\theta_2 = \ln(1+m)$).

$\gamma_{1,2}$ är korrelationskoefficienten för parametrarna θ_1 och θ_2 .

$$\text{Corr}[X_1, X_2] = \frac{\text{Cov}[X_1, X_2]}{\sigma_1 \cdot \sigma_2} \quad (11)$$

Vi använder oss nu av ekvation (10) och räknar ut den totala osäkerheten.

$$\tau_1 = \sqrt{0,56^2 + 0,15^2 + 2 \cdot (-0,36) \cdot 0,56 \cdot 0,15} = 0,52 \quad (12)$$

Av Tabell 4.3 framgår att osäkerheten för θ_1 är större än för θ_2 . Vill man minska den totala osäkerheten är det alltså mest effektivt att vidta åtgärder för att minska osäkerheten hos θ_1 . Detta eftersom man summerar kvadraten på standardavvikelseerna. Det största värdet bidrar då mest till den totala osäkerheten.

Tabell 4.3: Beräkning av osäkerheter i form av varianser för aktuella parametrar avseende Frejusstunneln.

Inom-variationen, τ_1		Total
$\theta_1 = \ln(C_{\infty, x})$	0,56	
$\theta_2 = \ln(1+m)$	0,15	
Korrelation (θ_1, θ_2)	-0,36	0,52
Korrel.koeff. bidrag till totalen	-0,06	

Det som bland annat gör VMEA-metoden så kraftfull är sättet man kan hantera olika osäkerheter på, både osäkerheter som kan beräknas ur data och sådana som skattas subjektivt. Vi har ovan räknat ut osäkerheten för de två parametrar som ingår i modellen samt korrelationen mellan dem. Det kan dock tänkas att det finns fler osäkerheter än dessa, exempelvis variationer i drivningsproceduren (förstärkningen), osäkerhet i mätningarna av deformationerna eller ett modellfel, alltså att den funktion man försöker anpassa inte ansluter till de observerade värdena på ett bra sätt. För de studerade tunnarna gäller: ”*the support has been consistent throughout all the measurements*”, varför vi bedömer att vi inte behöver ta hänsyn till varierande drivningsteknik. I Tabell 4.4 redovisas exempel på de andra två osäkerheterna. Dels bidraget från det systematiska mätfelet men också bidraget från modellfelet. Det är nu möjlighet att bara addera, efter kvadrering, dessa bidrag till den totala osäkerheten enligt samma princip som visas i ekvation 10, dock utan korrelationsterm.

Tabell 4.4: Fler osäkerhetsparametrar adderas till den totala osäkerheten.

Inom-variationen, τ_1		Total
$\theta_1 = \ln(C_{\infty, x})$	0,56	
$\theta_2 = \ln(1+m)$	0,15	
Korrelation (θ_1, θ_2)	-0,36	0,52
Korrel.-koeff. bidrag till totalen	-0,06	
Mätfel, systematiskt, τ_2	0,01	
Modellfel, τ_3	0,06	0,03
		0,52

I det här specifika fallet har vi antagit, för att visa på principerna, att det systematiska mätfelet är 2 %, det är alltså inte det verkliga mätfelet i just Frejus-tunneln. Om man antar att mätfelet är likformigt fördelat kan standardavvikelsen beräknas enligt känd statistisk formel så som visas i ekvation 13. Detta värde återfinns avrundat i Tabell 4.4.

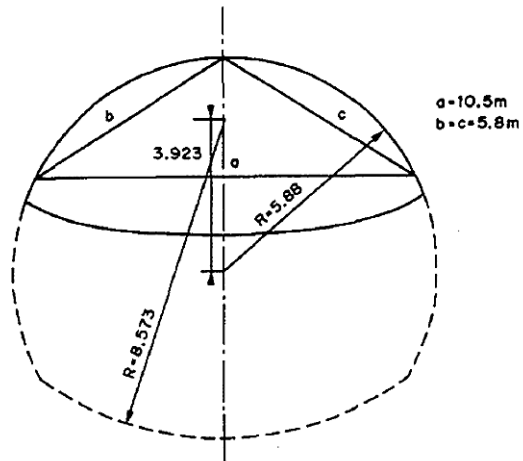
$$\tau_2 = \frac{0,02 - (-0,02)}{\sqrt{12}} = 0,0115 \quad (13)$$

På motsvarande sätt har standardavvikelsen för modellfelet beräknats. Här har antagits att det möjliga modellfelet är 10 %, dvs. att modellens approximation ligger 10 % under eller över det verkliga värdet. Standardavvikelsen beräknas enligt ekvation 14.

$$\tau_3 = \frac{0,10 - (-0,10)}{\sqrt{12}} = 0,0577 \quad (14)$$

Den totala osäkerheten är alltså 0,52 eller 52%. Man ser tydligt att osäkerheterna i mätfel och modellfel är betydelselösa jämfört med variationen hos θ_1 . För att förbättra sin skattning bör man alltså rikta in sig på att minska osäkerheten hos denna parameter.

I artikeln av Sulem et al. (1987) ingår det data från ytterligare en tunnel, Las-Planas som ligger i södra Frankrike vilken var ”*excavated through marly soil*”. I denna har man vid utgrävningen av den övre delen av tunnel mätt tre olika avstånd att använda som grund då man vill prediktera slutdeformationen. Dessa olika delar benämns i artikeln ”Base A”, ”Base B” och ”Base C”. I Figur 4.2 visas en tvärsnitt, hämtad från Sulem et al. (1987), av tunneln med de uppmätta sträckorna inritade. Författarna har, liksom för Frejus-tunneln, gjort motsvarande beräkningar för att skatta slutdeformationen. Resultaten av dessa redovisas i Tabell 4.5.



Figur 4.2: Tvärsektion av Las-Planas-tunneln, från Sulem et al. (1987), som visar de sträckor a,b och c man mäter för konvergensberäkningarna, benämns i artikeln "Base".

Tabell 4.5: Beräknade parametrar för Las-Planas-tunneln.

Base A

Section	Initial Ø (m)	X (m)	T (days)	C _{∞x} (mm)	m	C _{∞ total} (mm)	$\frac{C_{\infty x}}{C_{\infty total}}$
2	10.33	4.5	0.3	4.5	2.78	17	0.26
4	10.34	1	0.3	5	2.5	17.5	0.29
5	10.08	2.5	0.2	8	2.19	25.5	0.31
6	10.94	2.5	0.2	4.5	3.56	20□5	0.22
7	10.93	4.5	0.1	2	3.0	8	0.25
8	11.01	4.5	0.2	3	2.67	11	0.27
9	10.63	2.5	0.3	5.5	2.64	20	0.28

Base B

Section	Initial Ø (m)	X (m)	T (days)	C _{∞x} (mm)	m	C _{∞ total} (mm)	$\frac{C_{\infty x}}{C_{\infty total}}$
2	5.92	3.5	0.3	3	3.17	12.5	0.24
4	5.82	3	0.3	4	2.63	14.5	0.28
5	5.56	2.5	0.15	5.5	2.36	18.5	0.3
6	6.03	4.5	0.1	3	2.27	9.8	0.31
7	6.33	4.5	0.25	2	2.8	7.6	0.27
8	6.48	4.5	0.5	4	2.38	13.5	0.3
9	6.27	3.5	0.4	5	2.40	17	0.29

Base C

Section	Initial Ø (m)	X (m)	T (days)	C _{∞x} (mm)	m	C _{∞ total} (mm)	$\frac{C_{\infty x}}{C_{\infty total}}$
2	5.8	3.5	0.3	4.5	2.8	17.0	0.26
4	6.08	3.6	0.2	3.2	2.6	11.5	0.28
5	5.92	3.5	0.1	3	2.8	11.5	0.2
6	6.31	4.5	0.2	3	2.3	10	0.3
7	6.28	4.5	0.2	1.5	3	6	0.25
8	6.28	3.5	0.4	3	2	9	0.33
9	5.95	3	0.1	3	2.3	10	0.3

På samma sätt som visades för Frejus-tunneln är det nu möjligt att beräkna medelvärde och standardavvikelse för de skattade parametrarna $\theta_1 = \ln C_{\infty, x}$ respektive $\theta_2 = \ln(1+m)$, se Tabell 4.6.

Tabell 4.6: Beräknade parametrar för Las-Planas-tunneln.

	Base A		Base B		Base C	
	$\theta_1 = \ln(C_{\infty, x})$	$\theta_2 = \ln(1+m)$	$\theta_1 = \ln(C_{\infty, x})$	$\theta_2 = \ln(1+m)$	$\theta_1 = \ln(C_{\infty, x})$	$\theta_2 = \ln(1+m)$
	1.50	1.33	1.10	1.43	1.50	1.3
	1.61	1.25	1.39	1.29	1.1	1.28
	2.08	1.1	1.70	1.21	1.10	1.14
	1.50	1.52	1.10	1.18	1.10	1.19
	0.69	1.39	0.69	1.34	0.41	1.39
	1.10	1.30	1.39	1.22	1.10	1.10
	1.70	1.29	1.61	1.22	1.10	1.19
Medel	1.46	1.32	1.28	1.27	1.07	1.26
Std.av.	0.45	0.11	0.35	0.09	0.33	0.10
Korrelation, $\gamma_{1,2}$	-0.55		-0.5		-0.16	

Slutligen så kan den totala osäkerheten för respektive ”base” skattas, se Tabell 4.7. Samma osäkerheter som användes beträffande mätosäkerhet och modellfel i Frejus-fallet har använts även här för att illustrera principen, det är alltså inte värden från den verkliga tunneln.

Tabell 4.7: Beräknade parametrar för Las-Planas-tunneln.

	Base A		Base B		Base C	
Inom-variationen		Total		Total		Total
$\theta_1 = \ln(C_{\infty, x})$	0.45		0.5		0.33	
$\theta_2 = \ln(1+m)$	0.11		0.09		0.10	
Korrelation (θ_1, θ_2)	-0.55	0.39	-0.53	0.31	-0.16	0.33
Korrel.-koeff. bidrag till totalen	-0.05		-0.03		-0.01	
Mätfel, systematiskt	0.01		0.01		0.01	
Modellfel	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06
		0.40		0.32		0.33

Betraktar man utvärderingen av parametrarna så kan man konstatera att parametern m inte varierar särskilt mycket mellan tunnlarna medan däremot $C_{\infty x}$ gör det. Detta går att visa statistiskt genom att beräkna standardavvikelsen för dessa parametrar mellan tunnlarna, vi kallar det för mellanvariationen. För parametern m blir standardavvikelsen 0,15 medan den blir 1,28 för $C_{\infty x}$. Dessa värden kan man tolka som procent eftersom de är logaritmerade. Värdet 0,15 motsvarar alltså 15 % och 1,28 ungefär 128 %. För stora procentsatser gäller inte denna approximation exakt men den visar ändå på att det är en väsentlig skillnad på variationen för de två parametrarna mellan de olika tunnlarna.

Vid byggandet av en tunnel är det alltså möjligt att använda sig av VMEA-metoden för att få en del av underlaget för beslut om kompletterande förstärkningar krävs eller inte. VMEA-metoden ger en uppskattning av hur stora osäkerheterna är och därigenom hur stor marginal man behöver. Man kan alltså få detta beslutsunderlag med ett viss mått av säkerhet inkluderad. Man kan så att säga sätta en siffra på hur säker man är i sin bedömning om förstärkningsåtgärder skall vidtas eller ej.

Ett annat användningsområde för denna metod är innan ett nytt tunnelbygge startar. Man kan då utnyttja ekvation (6) ovan och bestämma en slutdeformation och jämföra med ett kriterium för om förstärkningsåtgärder skall vidtas. De parametrar som behöver bestämmas är m och $C_{\infty x}$. Parametern m varierar inte så mycket mellan olika tunnlarna som vi sett tidigare och $C_{\infty x}$ kan man skatta baserat på tidigare kunskap från liknande geologier och drivningssätt.

Ytterligare en styrka är att genom observationsmetodens principer uppdatera data i sin modell för prediktion av slutdeformationen och allt eftersom tunnelbygget fortskrider få en bättre och bättre skattning av slutdeformationen, vilket vi kommer att demonstrera i nästa avsnitt.

5 Fallstudie 2: Strengertunneln

Vid den så kallade observationsmetoden är ett viktigt problem är att kunna prediktera slutdeformationen utifrån deformationsmätningar vid olika tider, t och tunnelfronter, x . Vi ska här studera detta och speciellt studera osäkerheten i den predikerade slutdeformationen. Vi kommer att använda resultaten inom ramen för observationsmetoden och återkoppla till typfall 1 i (Holmberg & Stille, 2009), dvs prediktion av slutdeformation under byggets gång för bedömning av förstärkningsåtgärder

Deformationsdata från 61 mätsektioner i Strengertunneln, fördelade längs en 800 m lång tunnelsträcka, har studerats. Dessa data har tidigare utvärderats i (Holmberg & Stille, 2009) och härrör från ett samarbete mellan institutionen för Bergmekanik och Tunnelbyggande vid Tekniska Högskolan i Graz och avdelningen för Jord- och Bergmekanik vid KTH.

5.1 VMEA

Målvariabel i vårt fall är slutdeformationen, D_s , alternativt logaritmen av denna, dvs $\ln D_s$. Modellen blir då

$$Y = f(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$$

där Y är målvariabeln och X_i :na de olika källorna till osäkerhet.

Proceduren för VMEA består av följande steg:

1. Hitta alla källor till osäkerheter
(spridning, statistisk osäkerhet och modellosäkerhet)
2. Kvantifiera storleken på osäkerheterna,
t ex baserat på undersökningar, tidigare erfarenhet eller ingenjörserfarenhet.
3. Utvärdera känslighetskoefficienter,
t ex genom beräkning, försök eller erfarenhet.
4. Beräkna totala prediktionsosäkerheten
genom att kvadratiskt summera osäkerheterna.

För att hitta källor till osäkerhet (punkt 1) bör man sätta samman en grupp med olika kompetenser och infallsvinklar på problemet. I det här forskningsprojektet har vi utgått från litteratur och personer med erfarenhet av bergmekanik samt spånat på möjliga osäkerhetskällor. Slutdeformationen uppskattas baserat på en given modell samt uppmätta deformationer. En källa till osäkerhet är således skattningsosäkerheten, vilken torde vara väsentlig när endast ett fåtal observationer är utförda. Andra viktiga osäkerheter kan vara mätfel och modellfel. Vad gäller mätfel: om de är slumpmässiga kommer de in i skattningsosäkerheten som då blir större. Medan om det är systematiska mätfel, t ex beroende på kalibrering, bör detta uppskattas och inkluderas som en osäkerhet. Modellfel vad gäller prediktion av deformation bör också beaktas.

5.2 Modeller för deformation och uppskattning av osäkerheter

Vi studerar två modeller för deformation:

- Modell A (från Sulem, 1987) Modell av deformation som funktion av (x, t) med 4 parametrar; olinjär modell, avklingande i både x och t , se avsnitt 0.

- Modell B (från Holmberg & Stille, 2009): Modell av deformation som funktion av x med 2 parametrar, kan skrivas om till linjär regression, avklingande i x . Se beskrivning nedan.

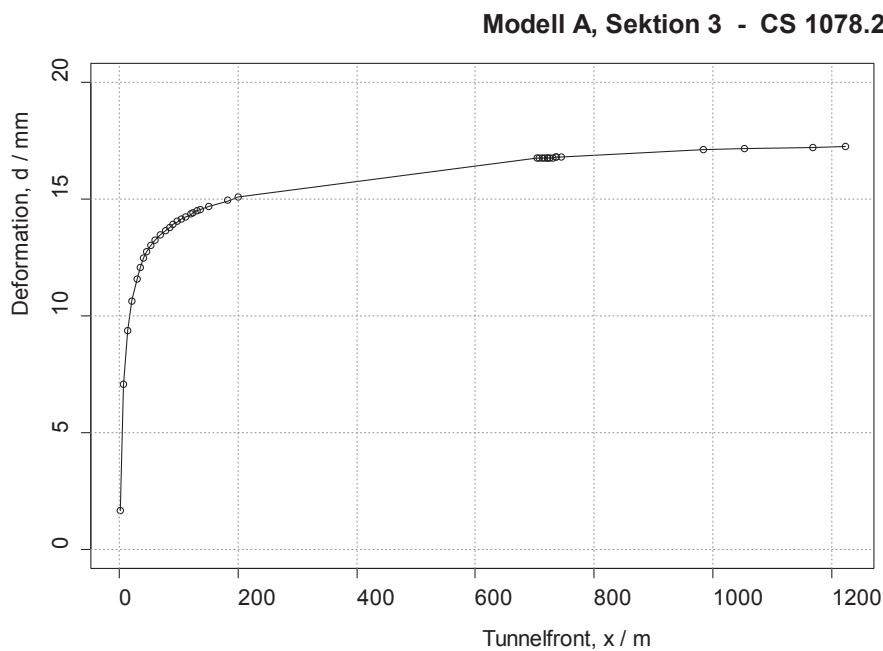
5.2.1 Exempel på anpassning till modell A

Modellen innehåller fyra parametrar

$$C(x, t) = C_{\infty x} \cdot \left\{ 1 - \left[\frac{X}{x + X} \right]^2 \right\} \cdot \left\{ 1 + m \cdot \left(1 - \left[\frac{T}{t + T} \right]^{0,3} \right) \right\}$$

och finns utförligt beskriven i avsnitt 0. Slutdeformationen beräknas enligt formeln $C_{\infty} = C_{\infty x} \cdot (1 + m)$.

Vi studerar sektion 3, CS=1078.2 m och skattar parametrarna mha icke-linjär regression i programpaketet R. Skattning av parametrarna blir $X = 7.22$, $T = 0.385$, $m = 3.836$, $C_{\infty x} = 3.976$ och slutdeformation blir $C_{\infty} = C_{\infty x} \cdot (1 + m) = 19.3$ mm.



Figur 5.1 Skattning av deformationskurvan för modell A, sektion 3.

Vi ska nu studera osäkerheten i resultatet, som kan bestämmas genom att approximera variansen för skattningen enligt

$$\begin{aligned} \text{Var}[C_{\infty}] &= \text{Var}[C_{\infty x}(1 + m)] \\ &\approx (1 + m)^2 \text{Var}[C_{\infty x}] + C_{\infty x}^2 \text{Var}[m] + 2(1 + m)C_{\infty x} \text{Cov}[C_{\infty x}, m] \\ &= 0.81 = (0.90)^2 \end{aligned}$$

där vi har använt Gauss' approximationsformel. Uppskattning av varianserna och kovariansen mellan parametrarna har beräknats mha R-programmet, se Tabell 5.1.

$$\text{Var}[m] = 0.01411, \quad \text{Var}[C_{\infty x}] = 0.009478, \quad \text{Cov}[C_{\infty x}, m] = 0.01156.$$

Vi kan nu konstruera ett 95% konfidensintervall för slutdeformationen genom att lägga till och dra ifrån två standardavvikelser

$$19.2 \pm 2 \cdot 0.90 = 19.2 \pm 1.8 = [17.4; 21.0].$$

Detta kan jämföras med sista deformationsmätningen på 17.3 mm.

Tabell 5.1: Utdata från R vid skattning av modell A.

```

> summary(fit) # Skattningar av parametrar
Formula: d ~ Cxt(x, t, X, T, m, C)
Parameters:
  Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
X  7.22219   0.06541  110.41  <2e-16 ***
T  0.38528   0.00785   49.08  <2e-16 ***
m  3.83561   0.11877   32.30  <2e-16 ***
C -3.97565   0.09736  -40.84  <2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.009841 on 35 degrees of freedom

Algorithm "port", convergence message: relative convergence (4)

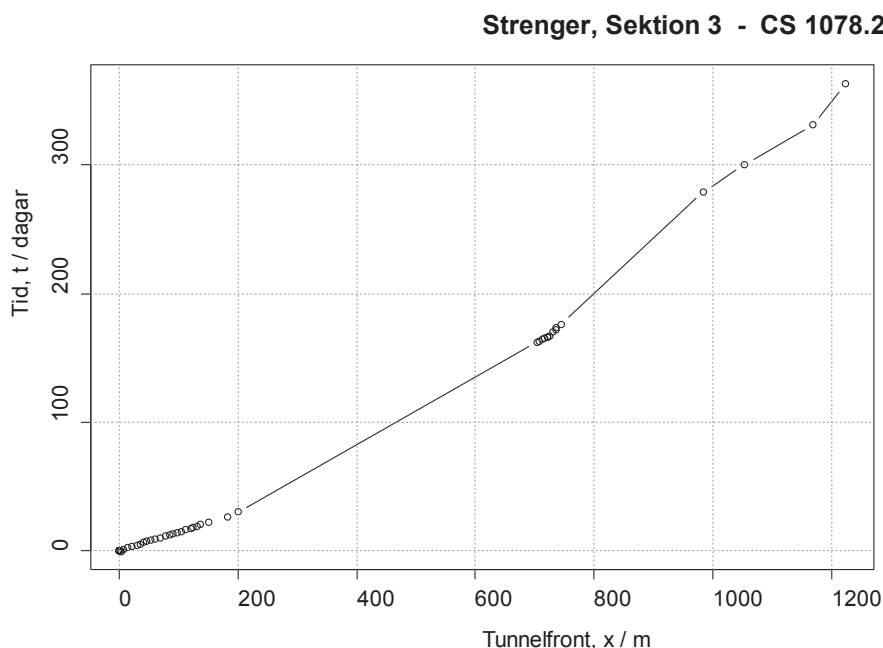
> confint(fit) # Konfidensintervall för parametrar
      2.5%      97.5%
X  7.0888718  7.3584380
T  0.3697113  0.4019948
m  3.6013215  4.0907284
C -4.1774613 -3.7769918

> vcov(fit) # Variansmatris för parametrarna
      X          T          m          C
X  0.0042787719  4.140778e-04 -0.0068169134 -0.0055701433
T  0.0004140778  6.161601e-05 -0.0009184447 -0.0007540898
m -0.0068169134 -9.184447e-04  0.0141059997  0.0115623127
C -0.0055701433 -7.540898e-04  0.0115623127  0.0094784067

> cov2cor(vcov(fit)) # Korrelationsmatris för parametrarna
      X          T          m          C
X  1.0000000  0.8064466 -0.8774579 -0.8746597
T  0.8064466  1.0000000 -0.9851543 -0.9867533
m -0.8774579 -0.9851543  1.0000000  0.9999427
C -0.8746597 -0.9867533  0.9999427  1.0000000

```

De stora skattningsosäkerheterna tyder på att det är svårt att uppskatta alla fyra parametrarna samtidigt. Vi kan notera i Figur 5.2 att x och t är nästan linjärt beroende, vilket är naturligt eftersom tunnlar ofta drivs med ganska jämn hastighet. Dock innebär detta att det är svårt att avgöra om deformationen beror på ökande x eller ökande t , vilket resulterar i att korrelationen mellanskattningarna av $C_{\infty x}$ och m blir stor, i detta fall större än 99,99%.



Figur 5.2 Tiden som funktion av tunnelfronten.

5.2.2 Exempel på anpassning till modell B

Modell B har presenterats och använts i (Holmberg & Stille, 2007, 2009) med syfte att skatta deformationskurvans trend och slutdeformation. Modellen för uppmätt deformation d_i vid tunnelfront x_i har härletts till

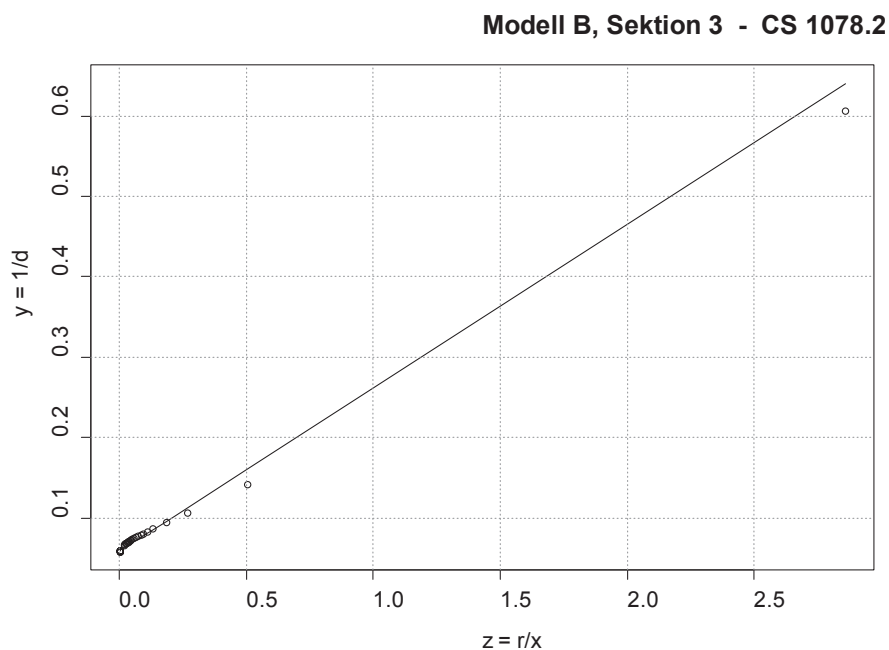
$$d_i = \frac{\frac{x_i}{r} \cdot D_s}{\frac{x_i}{r} + B}$$

där D_s är slutdeformationen, B styr deformationsförloppet och r är tunnelns radie. Genom att studera $y_i = 1/d_i$ kan ekvationen formuleras som linjär ekvation

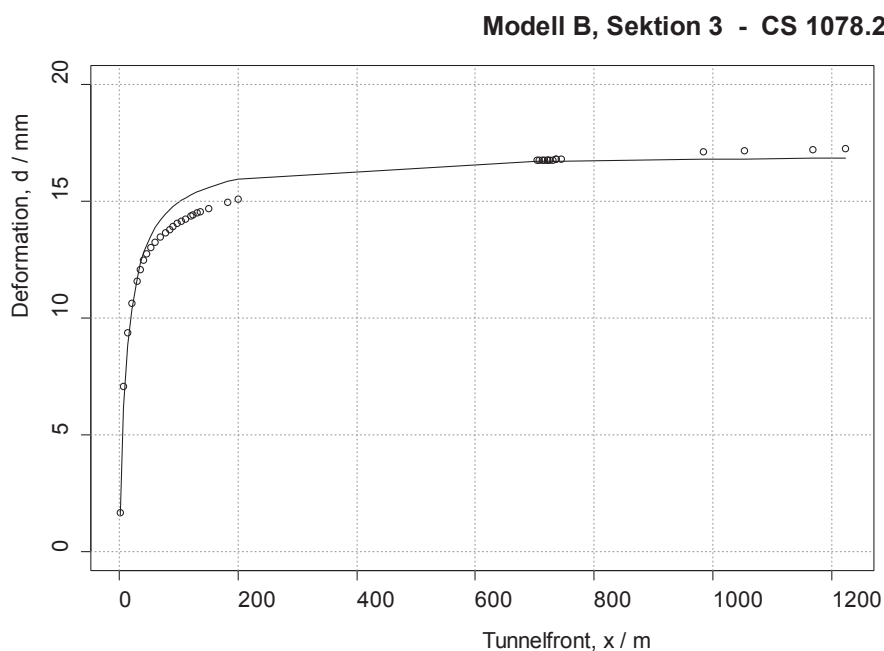
$$y_i = a + b \cdot z_i$$

med $z_i = r/x_i$, $a = 1/D_s$ och $b = B/D_s$. Detta gör att skattningen av parametrarna blir enkla och robusta. Dock bör man använda viktad regression.

Vi studerar sektion 3, CS=1078.2 m. Skattning av intercept är $a = 1/D_s = -0.0587$, vilket ger slutdeformation $D_s = -17.03$ mm. Ett 95% konfidensintervall för interceptet $a = 1/D_s$ är $[-0.0593; -0.0581]$, vilket ger ett konfidensintervall för D_s $[-16.86; -17.20]$ (enhet: mm). Detta kan jämföras med sista deformationsmätningen på -17.27 mm.



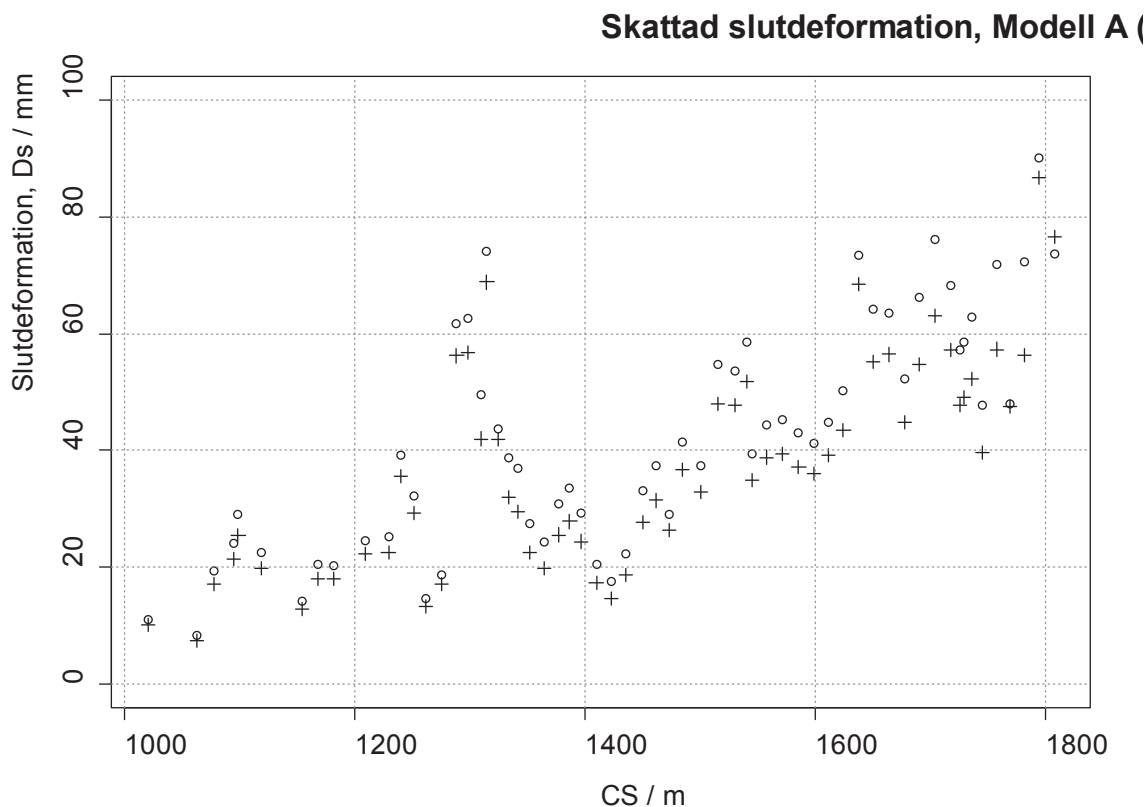
Figur 5.3 Skattning av deformationskurvan för modell B, sektion 3.



Figur 5.4 Skattning av deformationskurvan för modell B, sektion 3.

5.2.3 Skattade slutdeformationer

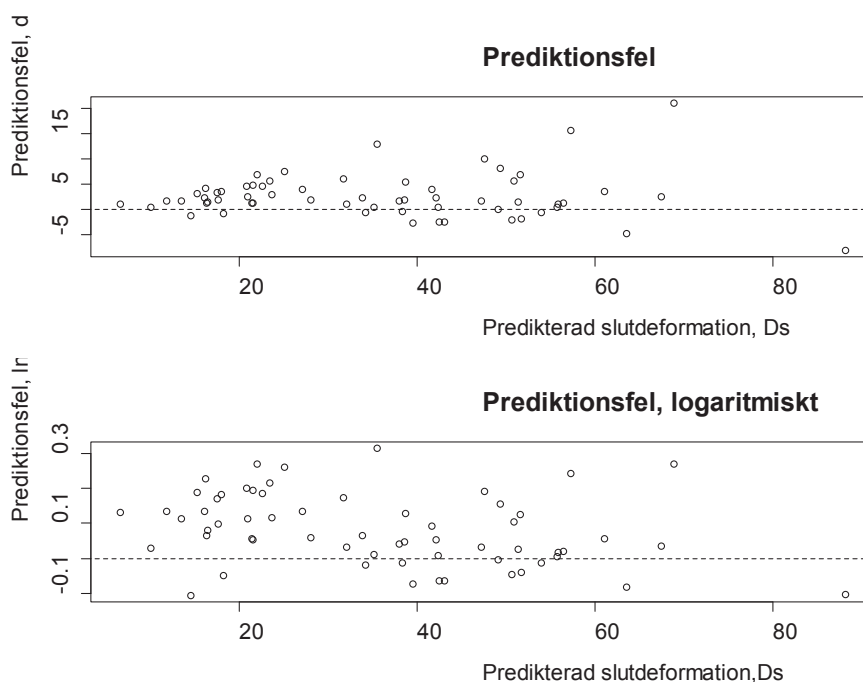
Figuren nedan visar skattade slutdeformationer baserat på de två modellerna. För 14 av sektionerna (5,8,9,11,16,19,20,33,34,46,48,58,60,61) lyckades inte den numeriska algoritmen skatta alla fyra parametrarna i modell A. För dessa sektioner har vi istället fixerat tre av parametrarna och bara uppskattat $C_{\infty x}$. Vi noterar att modell A i alla fall utom ett skattar en större slutdeformation än modell B.



Figur 5.5 Skattning av slutdeformation baserat på modell A (o) och B (+).

5.3 Uppskattning av Modellosäkerhet

En viktig tillämpning av observationsmetoden är att uppskatta slutdeformationen redan under byggets gång, då vi endast har hunnit få ett fåtal observationer. Den statistiska osäkerheten minskar snabbt när man får fler och fler observationer. Tidigare figurer tyder dock på att det finns ett icke försumbart modellfel. Vi ska nu försöka uppskatta modellfelet i fallet då man drivit tunneln en liten bit, säg för $x = 50$ m. För varje sektion skattar vi parametrarna i modell B baserat på mätningar upp tom $x = 50$ m, predikterar slutdeformationen och beräknar dess statistiska osäkerhet. För varje skattad modell predikterar vi värdet för största uppmätta deformation (för största x), och utvärderar prediktionsfelet. I Figur 5.6 ser vi att storleksordningen på prediktionsfelet ökar med predikterad slutdeformation. Om vi däremot studerar det logaritmiska prediktionsfelet är dessa i samma storleksordning oberoende av slutdeformationen. Detta motiverar att studera relativa prediktionsfelet genom att studera osäkerheten för logaritmen av slutdeformationen.



Figur 5.6 Uppskattat prediktionsfel för modell B.

Vi kan nu uppskatta den totala prediktionsosäkerheten genom att beräkna medelkvadratfelet på prediktionerna, $s_{tot} = 0.130$. Det kvadratiska medelvärdet på den uppskattade statistiska osäkerheterna ger $\tau_{stat} = 0.039$. Vi antar vidare att mätfelet har en osäkerhet på $\tau_{mät} = 0.01$. Modellosäkerheten kan då uppskattas genom

$$\tau_{mod} = \sqrt{s_{tot}^2 - \tau_{stat}^2 - \tau_{mät}^2} = 0.123$$

dvs modellosäkerheten är avgörande, medan mätosäkerheten är försumbar i detta fall.

5.4 För- och nackdelar med modellerna

Modell A innehåller fyra parametrar och modellerar både tidsberoende och tidsberoende avklingande deformation.

Fördelar:

- + Modellen anpassar bra till observerade deformationsmätningar.
- + Tre av parametrar kan antas vara desamma inom en och samma domän (se nedan).

Det finns dock flera nackdelar/svårigheter:

- Numeriska problem med den icke-linjära minsta-kvadrat-anpassningen. I 14 fall av de 61 fallerade den numeriska optimeringsalgoritmen och gav inget resultat.
- Det är fyra parametrar att uppskatta. Skattningarna är mycket korrelerade vilket gör det svårt att skatta parametrarna. Det krävs mycket data eller förkunskap för att kunna skatta alla fyra parametrarna.

Modell B är enklare med bara två parametrar och modellerar bara den tidsberoende avklingande deformationen.

Fördelar:

- + Modellen kan formuleras som linjär regression. Detta gör att skattningarna blir enkla och robusta.

Nackdelar/svårigheter:

- Modellen anpassar inte särskilt bra till observerade deformationsmätningar. Detta modellfel kan leda till systematiska prediktionsfel av slutdeformationen. Det finns indikationer på ett icke-konservativt modellfel, se Figur 5.6.

För modell A har vi observerat att parametern $C_{\infty,x}$ har störst variation. Det kan vara rimligt att anta att värdet på parametrarna X , T och m är desamma för alla sektioner i tunneln och att det således endast är parametern $C_{\infty,x}$ som varierar mellan sektionerna, vilket också bekräftas av (Sulem et al., 1987). Om sektionerna dessutom tillhör samma domän torde antagandet stämma ännu bättre. Det finns då olika angreppssätt som skulle kunna användas för att övervinna svårigheterna med anpassningen till modell A.

- Fixera parametrarna X , T och m (baserad på erfarenhet) och skatta endast parametern $C_{\infty,x}$.
- Använda apriorifördelning på parametrarna X , T och m (baserad på erfarenhet). Då skulle Bayesiansk metodik kunna användas för att skatta parametern $C_{\infty,x}$.
- Använda apriorifördelning på parametrarna X , T och m (baserad på erfarenhet). Då skulle man kunna fixera parametrarna X , T och m (baserad på erfarenhet) och skatta endast parametern $C_{\infty,x}$. Då skulle VMEA-metodiken kunna användas för att ta med osäkerheten i övriga parametrar.
- Göra antagande om att parametrarna X , T och m är desamma för alla sektioner i tunneln. Då skulle dessa kunna skattas gemensamt för alla sektioner och parametern $C_{\infty,x}$ skattas för varje enskild sektion. Vi får då en modell med $3+n$ parametrar om det finns n sektioner.

5.5 VMEA-tabell & säkerhetsfaktorer

De uppskattade osäkerheterna för $\ln D_s$ kan sammanfattas i en VMEA-tabell och den totala osäkerheten beräknas. Baserat på tidigare uppskattningar av osäkerheter för modell B blir ett typiskt resultat vid tunnelfront $x = 50$ enligt Tabell 5.2.

Tabell 5.2: VMEA-tabell för predikterad slutdeformation.

Prediktion av slutdeformation, $\ln(D_s)$ vid $x=50$	Osäkerhet
Skattning	0,04
Mätfel, systematiskt	0,01
Modellfel	0,12
Totalt	0,13

Kravet på konstruktionen är att slutdeformationen inte får överskrida ett kritiskt värde $d_{gr\ddot{a}ns}$. Säkerheten kan utvärderas mha säkerhetsindex, som (då vi studerar logaritmen) definieras enligt

$$\beta = \frac{\ln d_{gr\ddot{a}ns} - \ln D_s}{\tau}$$

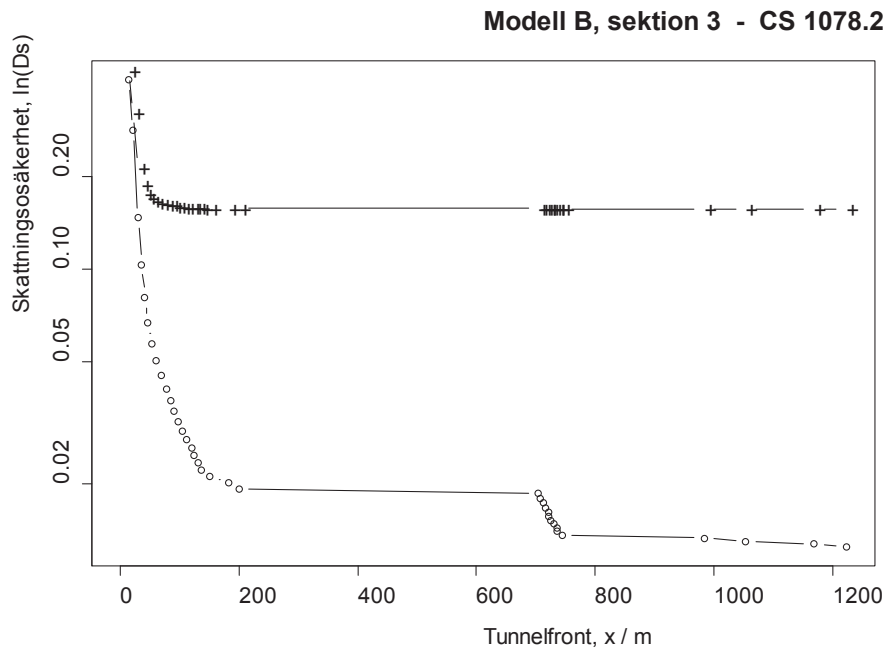
där D_s är den skattade slutdeformationen och τ är osäkerheten i $\ln D_s$ (framtagen med VMEA genom att ta med alla osäkerheter). Ju större värde på β desto tillförlitligare konstruktion. Man måste således bestämma en tillräcklig tillförlitlighet. Vi kommer här i exemplen att använda samma gränser som i (Holmberg & Stille, 2009), nämligen kritisk deformation $d_{gr\ddot{a}ns} = 70$ mm och tillförlitlighetskravet $\beta > L_{krav} = 2$, vilket motsvarar en tillförlitlighet på 97.5% då normalfördelning antas.

5.6 Tillämpning på observationsmetoden

Vi ska nu demonstrera hur VMEA kan användas inom ramen för observationsmetoden då man successivt får nya data. Vi tänker oss att vi driver tunneln framåt och när vi fått tre deformationsmätningar gör vi en första prediktion av slutdeformationen mha modell B och uppskattar de ingående osäkerheterna. För varje ny deformationsmätning gör vi en förnyad prediktion baserat på data fram till och med denna observation. Vi utgår ifrån att mätfelet och modellfelet har de osäkerheter som vi tidigare uppskattat, nämligen $\tau_{m\ddot{a}t} = 0.01$ och $\tau_{mod} = 0.12$. Den statistiska skattningsosäkerheten sjunker däremot ju fler observationer vi får. Resultatet för sektion 3 finns redovisat i Tabell 5.3 och Figur 5.7. Vi ser att vid de första observationerna dominerar skattningsosäkerheten, medan den sedan blir försumbar och vid $x = 50$ dominerar den kvarstående modellosäkerheten.

Tabell 5.3: VMEA-tabell för predikerad slutdeformation.

Prediktion av slutdeformation för $x =$	Osäkerhet								
	14,9	21,6	30,0	36,2	41,6	46,5	53,6	60,3	
Skattning	0,41	0,28	0,15	0,10	0,08	0,07	0,06	0,05	
Mätfel, systematiskt	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	
Modellfel	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	
Totalt	0,43	0,30	0,19	0,16	0,14	0,14	0,13	0,13	

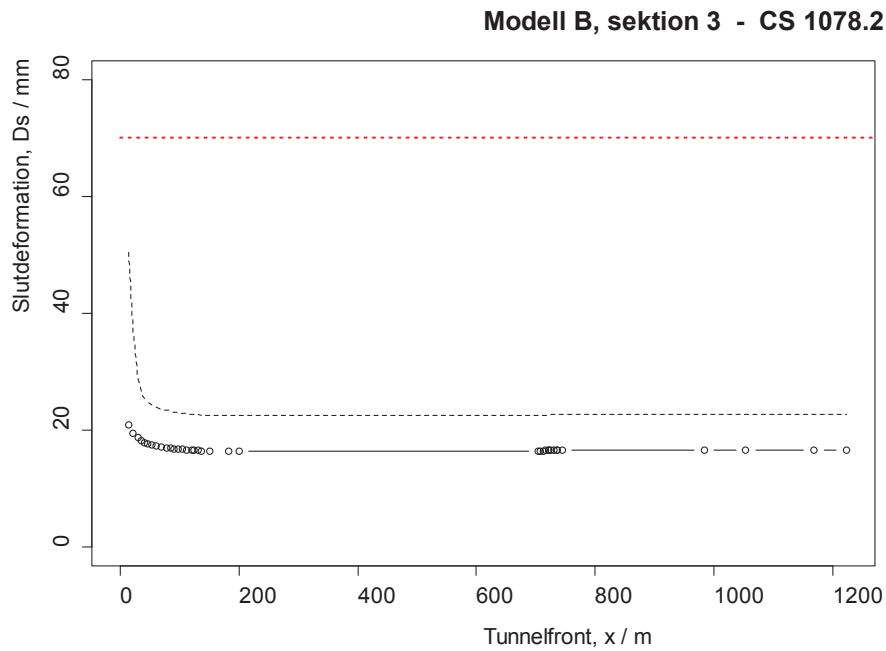


Figur 5.7 Uppskattad skattningsosäkerhet som funktion av x ; (o) skattningsosäkerhet, (+) total prediktionsosäkerhet..

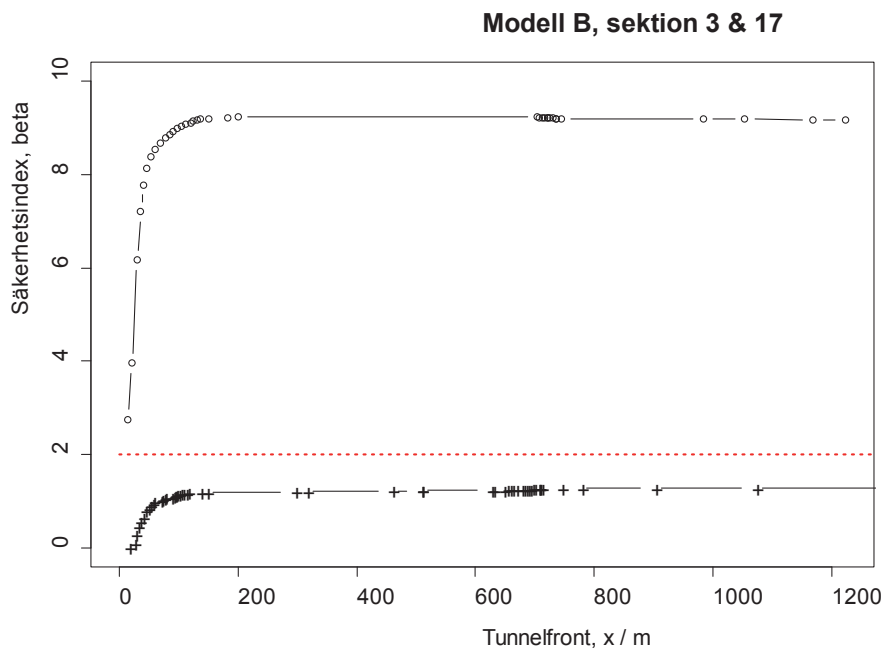
Resultatet kan också presenteras genom att plotta predikerat värde och övre prediktionsgränsen som kan jämföras med den kritiska deformation $d_{gräns} = 70$ mm, se Figur 5.8. Ett annat sätt är att beräkna uppnått säkerhetsindex

$$\beta(x) = \frac{\ln d_{gräns} - \ln C_{\infty}(x)}{\tau(x)}$$

och plotta detta som funktion av x . För att tillförlitlighetskravet ska vara uppfyllt måste alltså säkerhetsindex $\beta(x)$ överstiga $L_{krav} = 2$. Vi ser i Figur 5.9 att för sektion 3 är kravet uppfyllt från början, medan för sektion 17, som har en predikerad slutdeformation på ca 55 mm blir det aldrig uppfyllt.



Figur 5.8 Uppskattad slutdeformation som funktion av x för sektion 3, streckad linje är övre prediktionsgräns och röd streckad linje visar den kritiska deformationen.



Figur 5.9 Uppnått säkerhetsindex som funktion av x för sektion 3 (o) och 17 (+) där den röda streckade linjen visar krav på säkerhetsindex, $L_{krav} = 2$.

6 Diskussion och Slutsatser

I tunnelprojekt finns det behov av att bedöma osäkerheter under hela projektet, allt ifrån projektering till drifttagande av tunneln. Tanken bakom VMEA är att det ska vara ett enkelt och systematiskt verktyg för att analysera osäkerheter och dess inverkan. Det kan användas i olika stadier av dimensioneringen och konstruktion och i olika detaljnivå beroende på tillgänglig information. Det finns möjlighet att använda VMEA under flera faser av dimensionering och byggande.

1. *Projektering.* I den tidiga dimensioneringsfasen kan en grundläggande VMEA användas för att hitta de styrande osäkerheterna, och denna kan sedan vid behov förfinas och uppdateras när mer information blir tillgänglig. För den slutliga dimensioneringen och bestämning av förstärkning kan en probabilistisk VMEA vara lämplig.
2. *Under byggets gång.* Vid användning av observationsmetoden kan VMEA användas för få en översikt av osäkerheterna. Detta behövs även när man bestämmer vilken förstärkning man ska starta med, något där VMEA kan användas för att beskriva osäkerheterna vid klassificering av berget och beräkning av bergklass. Sedan kan VMEA användas när man utvärderar observationerna. I avsnitt 5.6 finns ett exempel med deformationsmätningar från Strengertunneln, där osäkerheterna i predikterad slutdeformation och uppnådd säkerhet utvärderas allt eftersom ny data blir tillgänglig.
3. *Verifiering av konstruktionen.* Innan drifttagandet behöver det verifieras att konstruktionen uppfyller ställda säkerhetskrav, se t.ex (Holmberg & Stille, 2009). I avsnitt 0 demonstreras hur osäkerheterna i modellparametrar för slutdeformation kan kvantifieras med exempel för två olika tunnlar.

Det finns många tillgängliga metoder för probabilistisk dimensionering och en fråga är vilken som är lämpligast inom en viss tillämpning. Inom Eurokod är partialkoefficienter den etablerade metoden, men Eurokod stödjer även användning av säkerhetsindex och andra probabilistiska metoder. På senare tid har avancerade probabilistiska metoder blivit populära. Det typiska är att man modellerar infördelningarna och beräknar en brottsannolikhet t.ex genom att använda Monte Carlo-simuleringar. Resultatet kan se väldigt övertygande ut, dock är det ofta baserat på subjektiva gissningar av fördelningstyper, varför resultaten lätt kan övertolkas.

Vilka metoder som är lämpliga att använda bör bestämmas baserat på vilken faktisk information som finns tillgänglig om variablerna i problemet. En metodkomplexitet som överstiger kvaliteten på kunskap om indata kan leda till såväl onödig omfattning på beräkningarna som bristande insikt om resultatens tillförlitlighet. Inom ingenjörstillämpningar är det typiska att det i bästa fall finns information om medelvärde och standardavvikelse. Vår erfarenhet är att inom ingenjörsmässiga tillämpningar är en andra-moments-metod en lagom komplexitetsnivå, vilket är en anledningen till att vi förordar användning av VMEA och säkerhetsindex. I många fall består informationen om osäkerheter av expertutlåtande baserat på ingenjörskunnande. Denna typ av information kan nöjaktigt kvantifieras och inkluderas i en VMEA för att på ett tidigt skede identifiera de väsentliga källorna till osäkerhet. Vidare ger en VMEA-tabell en bra översikt av de ingående osäkerhetskällorna och dess inverkan på totala osäkerheten.

Referenser

1. Bergman B, de Maré J, Lorén S, Svensson T (eds). *Robust Design Methodology for Reliability - Exploring the Effects of Variation and Uncertainty*, Wiley: Chichester, 2009.
2. Bergman B, Klefsjö B. *Quality from Customer Needs to Customer Satisfaction*. Studentlitteratur: Lund, 2010.
3. Box GEP, Bisgaard S, Fung C. An Explanation and Criticism of Taguchi's Contribution to Quality Engineering. *Quality and Reliability Engineering International* 1988; **4**:123–141.
4. Casella G, Berger R. *Statistical Inference*. (2nd edn). Duxbury: California, 2001.
5. Chakhunashvili A, Barone S, Johansson P, Bergman B. Robust product development using variation mode and effect analysis. In Bergman et al.1, 2009, 57-70.
6. Chakhunashvili A, Johansson P, Bergman B. Variation Mode and Effect Analysis. *Annual Reliability and Maintainability Symposium, Los Angeles, CA*, 2004.
7. Clausing D. Total Quality Development. *A Step-By-Step Guide to World-Class Concurrent Engineering*, ASME Press: New York, 1994.
8. Davis TP. Science, engineering, and statistics. *Applied Stochastic Models in Business and Industry* 2006; **22**: 401–430.
9. Davison AC, Hinkley DV. *Bootstrap Methods and their Applications*. Cambridge UP: New York, 1997.
10. Ditlevsen O, Madsen H. *Structural Reliability Methods*. John Wiley & Sons: Chichester, UK, 1996. Internet edition 2.3.7, June 2007.
11. Efron B, Tibshirani RJ. *An Introduction to the Bootstrap*. Chapman & Hall: New York, 1993.
12. Großbauer, K.: Expert System Development for the Evaluation and Interpretation of Displacement Monitoring Data in Tunnelling, PhD thesis, Faculty of Civil Engineering, Graz University of Technology, Austria, 2009.
13. Hasenkamp T, Arvidsson M, Gremyr I. A review of practices for robust design methodology. *Journal of Engineering Design* 2009; **20**: 645-657.
14. Hasofer, A.M. and Lind, N.C. Exact and Invariant Second -moment Code Format. J, Engineering Mechanics Div., ASCE, 100 (EM1), 1974.
15. Hjorth U. *Computer Intensive Statistical Methods: Validation Model Selection and Bootstrap*. Chapman & Hall: London, 1994.
16. Holmberg, M., Stille, H. Observationsmetodens grunder och dess tillämpning på design av konstruktioner i berg. SveBeFo rapport 80, 2007.
17. Holmberg, M., Stille, H.: Observationsmetoden och deformationsmätningar vid tunnelbyggande. BeFo-rapport 93, Stockholm, 2009.
18. Jing, L., Hudson, J., 2002. Numerical methods in rock mechanics. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences* **39**, pp. 409–427, 2002.
19. Johannesson P, Svensson T, Samuelsson L, Bergman B, de Maré J. Variation mode and effect analysis: an application to fatigue life prediction. *Quality and Reliability Engineering International* 2009; **25**: 167-179.

20. Johannesson, P., Bergman, B., Svensson, T., Arvidsson, M., Lönnqvist, Å., Barone, S., de Maré, J.: A Robustness Approach to Reliability. *Quality and Reliability Engineering International*, 2013, Vol. 29, pp. 17–32.
21. Johansson P, Chakhunashvili A, Barone S, Bergman B. Variation Mode and Effect Analysis: a Practical Tool for Quality Improvement. *Quality and Reliability Engineering International* 2006; **22**: 865-876.
22. Lichtenberg, S. *Proactive Management of Uncertainty using the Successive principle*, Polyteknisk Press, Danmark, 2000.
23. Lodeby K. *Variability Analysis in Engineering Computational Process*. Licentiate Thesis in Engineering, Mathematical Statistics, Chalmers University of Technology, Göteborg, 2000.
24. Lönnqvist Å. Including noise factors in Design Failure Mode and Effect Analysis (D-FMEA) - a case study at Volvo Car Corporation. In Bergman et al.1, 2009, 47-55.
25. Lorén S, Johannesson P, de Maré J. Monte Carlo Simulations versus sensitivity analysis. In Bergman et al.1, 2009, 97-111.
26. Melchers R. *Structural Reliability Analysis and Prediction* (2nd edn). John Wiley, 1999.
27. O'Connor P. *Practical Reliability Engineering* (4th edn). Wiley: Chichester, 2002.
28. Palmström, A.. Classification Systems, 2011. RockMass Website: http://www.rockmass.net/articles/classification/classification_systems.html
29. Palmström, A., Stille, H.: *Rock Engineering*. Thomas Telford, London, 2010.
30. Pawitan Y. *In All Likelihood: Statistical Modelling and Inference Using Likelihood*. Cambridge UP: New York, 2001.
31. Shewhart WA. *Economic Control of Quality of Manufactured Product*. Van Nostrand: New York, 1931.
32. Stille, H., Palmström, A., 2003. Classification as a tool in rock engineering. *Tunnelling and underground space technology*, Vol. 18, pp. 331 – 345, 2003.
33. Stille, H., Holmberg, M., Olsson, L., Andersson, J.: Dimensionering av samverkanskonstruktioner i berg med sannolikhetsbaserade metoder. SveBeFo-rapport 70, Stockholm, 2005.
34. Svensson T, de Maré J, Johannesson P. Predictive safety index for variable amplitude fatigue life. In Bergman et al.1, 2009, 85-96.
35. Svensson, T., Karlsson, M., Johannesson, B., Johannesson, P., de Maré, J.: Predictive Safety Index for Variable Amplitude Fatigue Life. Presented at the conference *Material and Component Performance under Variable Amplitude Loading*, Darmstadt, Germany, March 2009.
36. Sulem, J., Panet, M., Guenot, A.: Closure Analysis in Deep Tunnels. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, Vol. 24, pp. 145-154, 1987.

Appendix A: VMEA

Utdrag ur (Johannesson et al., 2013).

Thinking about Reliability

Variation and uncertainty have become important parts of our current world view. In an industrial setting, concepts like Six Sigma and Design for Six Sigma have become important. The quality movement initiated by Walter A Shewhart was based on an understanding of variation. An important aspect on variation introduced by Shewhart³¹ was the distinction between what he called chance causes and assignable causes of variation. The first kind arose from the activities of many not identifiable sources of variation none of which dominated while the second kind gave rise to clearly distinguishable (assignable) changes in the process under study. As emphasized by Shewhart, only chance causes may be modelled by probability models – thus giving an opportunity to probabilistic predictability – Shewhart called processes with only chance causes of variation “in statistical control” and “predictable within limits”. In manufacturing the goal is creation of processes under statistical control. The outcomes of the processes can then be modelled utilizing probabilistic models, thus assuming that the underlying statistical processes are under some sort of statistical control, i.e. predictable.

Uncertainty – Variation and Lack of Knowledge

We want to emphasize the importance of understanding variation to create reliable products. In fact, we will widen the perspective and also discuss other uncertainties that may be present when assessing the reliability of a product. The first kind of uncertainty is due to random variation, while the second kind is due to our lack of knowledge, for example when modelling the product characteristics or estimating parameters.

Sources of Variation

Variation is the main reason why the demand on designs and the capacity of designs vary. Consequently, sources of variation are the cause of failure of many designs. However, sources of variation are often expensive or even impossible to control under operating conditions. Thus their possible influence has to be dealt with by other means. There are two kinds of variations – those which create a demand on the product and those affecting its capacity to respond to the demand^{8,12}. Major sources of variation on the demand side are

- **customer usage**, which is the variation in operation of the product among the customer population,
- **external environment conditions**, which can be temperature, humidity, wind speed, road conditions, etc.,
- **internal environment conditions**, which is the interaction between neighbouring sub-systems, e.g. through transmitted heat or vibrations,

and on the capacity side we have

- **unit to unit variation** due to production conditions
 - material variation,
 - manufacturing process variation,

- **changes over time** due to field operation, i.e. long-range deterioration due to effects from the usage of the product and its environment.

Unit to unit variation could – after a great deal of improvement efforts – usually be described as coming from a process which is predictable within limits – a probabilistic model may be adequate, at least if thorough activities for reducing assignable causes of variation have been performed. However, on the demand side this is more complicated. In general, there is a variation between customers which is not predictable in the same sense as the manufacturing process – that also goes for the usage environment (as a demand) and the long range effects of the usage environment on the capacity of the product. In quality control and robust design methodology a source of variation is called a noise factor.

Uncertainty due to Lack of Knowledge

When predicting the properties of a product, not only random variation comes in, but also other sources of uncertainty, such as model errors, parameter uncertainties, and human mistakes. There are various ways in which the types of uncertainties may be classified, see especially Melchers²⁶, but also Ditlevsen & Madsen¹⁰ and Lodeby²². The first way is to distinguish between *aleatory uncertainties* and *epistemic uncertainties*. The first one refers to the underlying, intrinsic uncertainties, e.g. the scatter in life and the load variation within a population of customers. The latter one refers to the uncertainties due to lack of knowledge, which can be reduced by means of additional data or information, better modelling and better parameter estimation methods.

In Melchers²⁶ a detailed breakdown of different kinds of uncertainties is presented. In the statistical modelling we will focus on the three kinds of uncertainties, also mentioned by Ditlevsen & Madsen¹⁰, and denote them by

- **Scatter** or physical uncertainty, which is uncertainty identified with the inherent random nature of the phenomenon, e.g. the variation in strength between different components. Sometimes it is also called random variation, randomness or noise.
- **Statistical uncertainty**, which is uncertainty due to statistical estimation of model parameters based on available data, e.g. the estimation uncertainty of parameters in a regression model describing the life as a function of the load level. Generally the observations of the variable do not represent it perfectly and as a result there may be bias in the data as recorded. In addition, different sample data sets will usually produce different statistical estimates. This causes statistical uncertainty.
- **Model uncertainty**, which is uncertainty associated with the use of one (or more) simplified relationship to represent the ‘real’ relationship or phenomenon of interest, e.g. a finite element model used for calculating stresses, is only a model for the ‘real’ stress state. Modelling uncertainty is often due to lack of knowledge, and can be reduced with research or increased availability of data.

The first type of uncertainty, scatter, is clearly an aleatory uncertainty, whereas the others should be regarded as epistemic uncertainties, as they can be reduced through better knowledge.

Another important kind of uncertainty is the uncertainties due to human factors. These are the uncertainties resulting from human involvement in the design, system, use, etc., and may be considered to be due to the effects of human errors, and human intervention. It must be controlled by other means than statistical considerations.

Failures caused by misuse, gross errors and human mistakes are primarily subjects to **quality management**. However, the human uncertainties can also be managed by means of creating robustness through redundancies in the design or by using an extra safety factor.

VMEA – A Tool for Robustness Investigations

Variation Mode and Effect Analysis (VMEA) is a method aimed at guiding engineers to find critical areas in terms of the effects of unwanted variation^{5,6,20}. It can be seen as a development of the traditional FMEA tool, identifying that failures are often triggered by variation²⁴. Note that FMEA is a bottom-up method, while VMEA is a top-down method, like Fault Tree Analysis (FTA). Three procedures of VMEA were developed *basic*, *enhanced* and *probabilistic*, suitable for different phases in product development, see Figure 1.

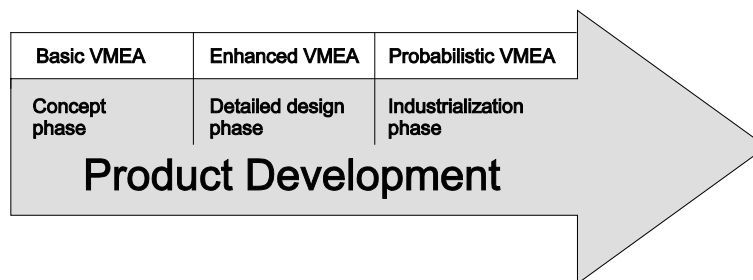


Figure 1: The three VMEA procedures applied in different phases of product development.

Already in the early concept phase it is important to identify sources of variation and establish the possible knowledge about them. This may be rationalized by means of the basic VMEA, where noise factors are listed and their magnitude and sensitivity on the studied failure mode are judged by a simplified ranking system, similar to the FMEA scheme.

The Concept phase, leading to the detailed design phase, may need more quantitative knowledge of noise factors and the first rough judgments may be refined using enhanced VMEA or the probabilistic VMEA, which results in more comparable measures of robustness. In the detailed design phase, the design should be refined and tuned for optimal performance. Based on the VMEA analysis for identifying the most important noise factors, the aim here is to reduce the influence of these noise factors.

When the design is in principle finalized it usually needs to be quantified by means of material quality, dimensions with tolerances, and surface treatments in order to fulfil reliability demands about failure rates in short and long terms. Then, noise factors and their influence on possible failure modes must be quantified and put in relation to failure consequences. Furthermore, uncertainties about noise factor magnitudes, human mistakes, and the physics of failure mode development, must be combined with the expected noise to establish reasonable safety factors. To this end, the probabilistic VMEA can be used as a common tool for both random variation and model uncertainties. Further, the statistical result can be combined with engineering judgement for the establishment of sound safety factors.

Sensitivity to Variation

As an illustrating example of sensitivity to variation we will use a pendulum. Figure 2 shows how the period of a pendulum used as a time measuring device varies non-linearly with respect to the pendulum length³. When pendulums are produced the length of the pendulum will vary slightly, which in turn will make the period of different pendulums somewhat different. The task of the designer is to find a design that allows a large number of pendulums to be made with as precise pendulum periods as possible. The obvious choice is therefore to make the pendulum as long as possible! By use of a wise choice of the design parameter *pendulum length*, the response *pendulum period* is made more insensitive to the variation induced by the manufacturing variation. This could also be viewed as an interaction between the pendulum length and the deviation of the pendulum length from the nominal level.

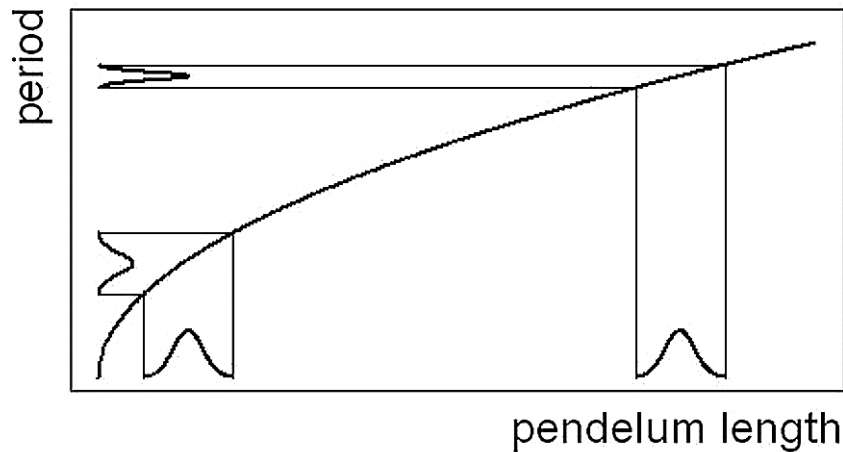


Figure 2: *Variation due to pendulum length³.*

The VMEA Procedure

VMEA starts with the identification of critical product characteristics, henceforth called Key Product Characteristics (KPC). To understand how variation is transferred, any selected KPC is broken down into a number of Sub-KPCs, defined as known and controllable sub-characteristics that influence the KPC. For each Sub-KPC, one or several Noise Factors (NFs) are identified. The Noise Factors are sources of variation that cause deviations in Sub-KPCs. It constitutes a basis for making sensitivity and variation size assessments, which in turn allows calculation of a Variation Risk Priority Number (VRPN). This number is the main variation risk indicator directing engineers' attention to the areas of the product to which excessive variation might be detrimental. The two-level KPC causal breakdown described above can be generalized at any chosen level.

A General Procedure

The general procedure for making a VMEA is the same for all three VMEA versions. Four steps characterise the procedure:

1. **KPC Causal Breakdown: Sub-KPCs and NFs.**
In the first step, the KPC is decomposed into a number of sub-KPCs and Noise Factors affecting the Sub-KPCs. The breakdown KPCs is usually depicted with an Ishikawa diagram; see the example in Figure 3.
2. **Sensitivity Assessment.**
In the second step, the sensitivities of the KPC to the action of each Sub-KPC and the sensitivity of each Sub-KPC to the action of each Noise Factor are assessed.
3. **Variation Size Assessment.**
In the third step, Noise Factors and their variation-size are assessed.
4. **Variation Risk Assessment and Prioritization.**
Based on the assessment given in the previous two steps, a Variation Risk Priority Number (VRPN) can be calculated for each Noise Factor and for each Sub-KPC.

$$VRPN_{NF(i,j)} = c_i^2 c_{ij}^2 \sigma_{ij}^2 \quad (1)$$

where c_i indicates the sensitivity of the KPC to the action of the i -th Sub-KPC, c_{ij} indicates the sensitivity of the i -th Sub-KPC to the action of the j -th NF, and σ_{ij} indicates its variation size. If a Sub-KPC is influenced by several NFs, the VRPN relative to that Sub-KPC is calculated as the sum of the VRPNs of all NFs acting on the selected Sub-KPC

$$VRPN_{Sub-KPC(i)} = \sum_j VRPN_{NF(i,j)} \quad (2)$$

These VRPNs provide a basis for a Pareto chart, resulting in the prioritization of Sub-KPCs and NFs based on their contribution to the total variation of the KPC. The Pareto chart is important for identifying the product area(s) that require most attention. This may imply actions aimed at eliminating some of the sources of variation or increasing the robustness of the product characteristics to sources of variation. The formal justification is provided by the method of moments; see Probabilistic VMEA in Section 0.

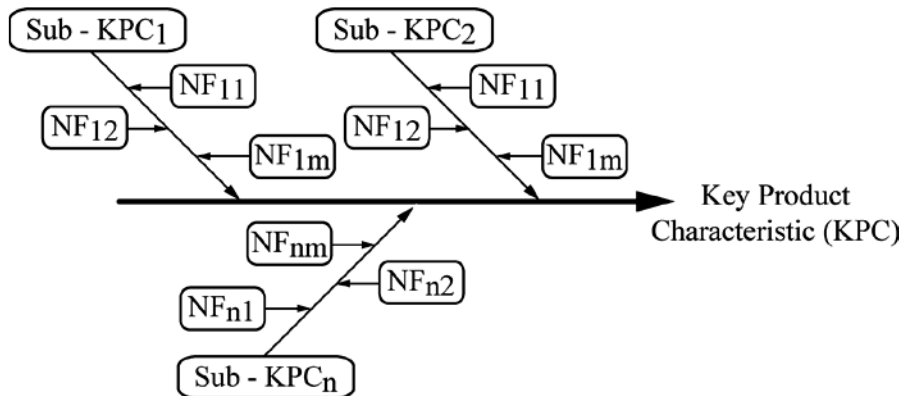


Figure 3: *Ishikawa Diagram – Variation Transfer Model.*

The Basic VMEA

In the basic procedure, the assessments of sensitivities and variation size are made on a simple 1-10 scale. To conduct an adequate VMEA that incorporates different views and competences, a cross-functional team of experts should be formed. The criteria for the sensitivity and variation size assessment are given in^{5,6,20}.

The Enhanced VMEA

In the enhanced procedure, the assessment of sensitivities and Noise Factors is made more carefully. For the sensitivity assessment a scale is used, called sensitivity fan⁵. The idea of assessing sensitivities using this assessment, instead of a traditional 1-10 scale, is to mimic the physical sensitivity. Each of the lines on the sensitivity fan corresponds to a specific sensitivity value, from 0 (no sensitivity), to 1 (neither amplification nor reduction), to 60 (very high sensitivity). The Noise Factor variation size assessment is instead accomplished by using variation range.

The Probabilistic VMEA

While the basic and enhanced VMEAs can be carried out with limited information, completing the probabilistic procedure requires that either analytical or numerical relationships between KPC, Sub-KPCs and NFs are known. It is strictly related to the theoretical basis of the VMEA method by using first-order second-moment reliability methods. Also uncertainties due to lack of knowledge can be important and should be considered in the analysis. Analytical and/or numerical relationships between KPC, Sub-KPCs and NFs are often not known until late phases of product development. Consequently, the probabilistic VMEA is primarily useful for verifying the previously obtained results, for setting tolerances, and for determining proper safety factor.

The Probabilistic VMEA in more Detail

Here we will present a method for assessing the prediction uncertainty based on a summation of contributions from different sources of uncertainty^{16,32}. The probabilistic VMEA is well suited in the later design phases, for example, when there is a need to predict the life of the product and to determine proper safety factors or tolerances. The main difference compared to the basic and enhanced VMEA is that here we make use of

a model for the prediction and thus we need to include both statistical uncertainties and model uncertainties, together with the random variation. Further, in the probabilistic VMEA we assess the magnitude of the uncertainties by standard deviations, instead of using a ranking scale.

The probabilistic VMEA represents the concept of First-Order Second-Moment (FOSM) reliability theory^{10,26}. The First-Order refers to the linearization of the objective function, and the Second-Moment refers to the fact that only the means and variances (and covariances if needed) are used. The result, corresponding to the Variation Risk Priority Number (VRPN), is a prediction uncertainty in terms of the standard deviation of the response, which can be used to calculate a prediction interval for the response or to calculate a safety factor for design. The probabilistic VMEA will be exemplified by a case study³² of a steering arm, which is a safety critical component in a truck.

Model for Prediction Uncertainty

We will study the predicted response of the system

$$Y = f(X_1, X_2, \dots) \quad (3)$$

where $f(X_1, X_2, \dots)$ is our model for the studied product characteristic which involves the variables X_1, X_2, \dots . In order to assess the prediction uncertainty we will use Gauss' approximation formula, which is based on a linearization of the response function

$$Y \approx f(x_1, x_2, \dots) + c_1(X_1 - x_1) + c_2(X_2 - x_2) + \dots \quad \text{with} \quad c_i = \left. \frac{\partial f}{\partial X_i} \right|_{X_i=x_i} \quad (4)$$

Thus, the prediction variance can be approximated by

$$\text{Var}[Y] \approx c_1^2 \sigma_1^2 + c_2^2 \sigma_2^2 + \dots + \sum_{i \neq j} c_i c_j \text{Cov}[X_i, X_j] \quad (5)$$

where σ_i is the standard deviation of X_i , representing the uncertainty in sources i , resulting in prediction uncertainty $\tau_i = |c_i| \cdot \sigma_i$.

In many situations a logarithmic transformation is useful, e.g. when studying positive quantities, such as load, strength or life. The uncertainty measures τ_i can then be interpreted as the coefficients of variation, since

$$\text{Var}[\ln Y] \approx \frac{\text{Var}[Y]}{(\text{E}[Y])^2}. \quad (6)$$

This interpretation is practical when engineering judgements of uncertainties are necessary for estimating uncertainties, since they can easily be related to percentage uncertainty.

Estimation of Prediction Uncertainty

There are different kinds of uncertainties that need to be estimated. For noise factors, the straightforward method is to make an experiment and estimate the standard deviation. However, it is not always possible or economically motivated to perform experiments. Instead informed guesses, previous designs, or engineering experience can be used. Concerning statistical uncertainty, there are standard methods like the maximum likelihood theory^{4,28} for finding expressions of the variances of the estimates. In more complicated situations the bootstrap method^{9,11,14} can be applied. However, in order to use these methods data are required, which are not always available. A typical

example is that only the estimated life curve is available, and maybe also information about the number of tests performed. In these situations it is also necessary to have a method to get an idea of the statistical uncertainty. For a specified model, the model uncertainty is in fact a systematic error. However, if we consider the prediction situation such that we randomly choose a model from a population of models, then the systematic model error appears as a random error in the prediction. Below we will give some rough engineering methods for estimating uncertainties.

Estimation of Random Variation

In the case study, nine steering arms were tested until failure, revealing a random variation in strength of $s = 0.033$. However, in many situations it is necessary to rely on engineering judgement, and for example ask a man in the workshop “what is the worst-case scenario?”. The answer should often not be interpreted as representing zero probability of observing something more extreme, but rather that there is a very small risk of that, e.g. a 1/1000 risk of observing a more extreme case, and can thus be translated into a standard deviation. Another possible method is to assume a uniform distribution, as described below.

Statistical Uncertainty

A simplified model for the prediction uncertainty when estimating parameters in a model is

$$\tau \approx s \sqrt{1 + \frac{r}{n}} \quad (7)$$

where r is the number of parameters in the model and n is the number of observations. This kind of approximation is especially useful in cases where the original data is not available, but only the estimated model together with the observed experimental scatter and the number of tests performed. Thus, in these situations, a rough guess of the statistical uncertainty can be obtained as $\tau_{\text{stat}} = s\sqrt{r/n}$. For the tested steering arms, the statistical uncertainty is thus estimated at $\tau_{\text{stat}} = 0.033\sqrt{1/9} = 0.011$.

Model Uncertainty

We want to address the uncertainty arising from the choice of model. Assume that there is one model representing the least favourable case, and another representing the most favourable case. This means that these two models represent extreme cases of models, and all other models predict somewhere in between. Without any other information, it is natural to assume a uniform distribution with the end-points according to the extreme cases. This gives an estimate, based on the uniform distribution, of the standard deviation

$$\tau_{\text{uniform}} = \frac{\ln S_{\text{max}} - \ln S_{\text{min}}}{2\sqrt{3}} \quad (8)$$

with S_{min} being the lowest strength, and S_{max} the highest. In our example, the laboratory test environment differs from the service conditions of the steering arm, which adds a model uncertainty,

$$\tau_{\text{laboratory}} = \frac{\ln S_{\text{max}} - \ln S_{\text{min}}}{2\sqrt{3}} = \frac{\ln 50.4 - \ln 45.6}{2\sqrt{3}} = 0.029 \quad (9)$$

where the extreme cases were based on calculations together with judgements by engineers.

Uncertainty in Loads

The load that a component will experience during its time in service is usually very difficult to estimate. This problem is often hidden from the designer because demands are already given by the customer or by other departments in the company. However, it is important to estimate the load uncertainty, both random variation and other uncertainties, as this part of the load/strength problem may override other parts and make the variability in strength negligible.

This is in fact the case in our example, where 17 field measurements of the force acting on the steering arm have been performed in six different European countries as well as in Ethiopia covering a large part of the applications and road conditions that the component may face. The random variation in load is estimated at $\tau_{\text{load}} = 0.358$, and the statistical uncertainty $\tau_{\text{stat,load}} = 0.358\sqrt{1/17} = 0.087$.

Total Prediction Uncertainty

The total prediction uncertainty is the Root Sum of Squares (RSS) of all the contributions

$$\tau_{\text{tot}} = \sqrt{\tau_1^2 + \tau_2^2 + \tau_3^2 + \dots} \quad (10)$$

which is the number in the right most bottom corner of Table 1. In this example it was reasonable to assume independence between the different sources of uncertainties, therefore no covariance terms appear in Eq. (10). However, in the case of correlation between uncertainties, one simply adds these covariance terms under the root sign in formula (10). In our example all uncertainties, except the one due to the Wöhler exponent, have been evaluated with respect to the response, and therefore the sensitivity coefficients equal one.

The classification of uncertainty sources into random variation and other uncertainties makes it easy to update the reliability calculation when new data or knowledge becomes available. In the case of experiments made under similar conditions as in service, the model errors may be estimated and corrected for. In case of measurements of service loads, the corresponding uncertainty entry in Table 1 can be updated. The updating can be useful for evaluation of field failures, for maintenance planning, and so on.

Table 1: Table summarizing the sources of uncertainties and their contributions, in terms of standard deviation in logarithmic scale, to the total prediction uncertainty.

Input					Result		
Uncertainty components	Variation	Uncert.	Sensitivity coefficient c	Standard deviation s	Random variation τ	Other uncertainty τ	Total τ
Strength							
Strength, variation	x		1,000	0,033	0,033		
Strength, statistical uncertainty		x	1,000	0,011		0,011	
Batch variation	x		1,000	0,029	0,029		
Laboratory uncertainty		x	1,000	0,029		0,029	
Wöhler exponent		x	0,090	0,578		0,052	
Total Strength uncertainty					0,044	0,060	0,075
Load							
Field measurements, variation	x		1,000	0,358	0,358		
Field measurements, statistical uncertainty		x	1,000	0,087		0,087	
Load transfer		x	1,000	0,058		0,058	
Rainflow filter		x	1,000	0,005		0,005	
Total Load uncertainty					0,358	0,104	0,373
Total uncertainty					0,361	0,121	0,380

Safety Factors in Design and Reliability Indices

Random variation and other uncertainties both by means of demand and capacity give rise to the use of safety factors or safety distances. This is particularly important for failure modes caused by long range deterioration and for unforeseen events caused by bad manufacturing or misuse.

Safety factors have by tradition primarily been based on experience and set to quite arbitrary levels without reference to rational judgements. On the other hand there is a tendency to introduce advanced probabilistic methods in order to get safety factors that guarantee well defined low probabilities of failure. Both these extremes are based on strongly subjective judgements, the first one because of lack of a rational method, the second one because of lack of knowledge about the statistical properties of noise factors and other sources of uncertainty.

A compromise between these two extremes is to use statistical methods on the very knowledge that is available. This knowledge is usually limited to nominal values and a simple measure of uncertainty around these values, making advanced probabilistics and Monte Carlo simulations useless, but it is still possible to act more rationally than what is usually done.

The tool we recommend is the probabilistic VMEA combined with traditional judgement of non-statistical influences³², such as human errors.

The probabilistic VMEA in this context is actually a variant of the Cornell reliability index, which, in turn, can be related to the Taguchis' signal-to-noise ratio. The reliability index reads,

$$\beta = \frac{\bar{C} - \bar{D}}{\sqrt{\tau_C^2 + \tau_D^2}}, \quad (11)$$

where \bar{C} and \bar{D} in the nominator are the mean or nominal values of scalar metrics of Capacity and Demand, respectively, and the root expression in the denominator is a measure of their uncertainty corresponding to the statistical property: *standard deviation*.

The reliability index is sometimes denoted as *the safety margin*²⁷, since it can be interpreted as the number of standard deviations from the failure model. The reliability index is often used for comparing the determined index value with a predefined requirement, say $\beta > 3.4$, giving the requirement of the nominal difference:

$$\bar{C} - \bar{D} > \beta \sqrt{\tau_C^2 + \tau_D^2}. \quad (12)$$

In addition, one may assume that the difference $C - D$ is normally distributed and relates the requirement to a probability of failure. However, such relations are highly doubtful, since the assumption of normality is usually nothing but a guess for such low probabilities of failure that are usually the result of high requirements on β .

The probabilistic VMEA is used to determine the uncertainty measure in the denominator, that is, the two quadratic terms within the root sign are expanded to a sum of a number of uncertainty components, weighted by their sensitivity coefficients, see for an example.

The relation between the reliability index and a safety factor is just a mathematical transformation, that is, reliability engineering properties that are subjects to safety factors are best modelled in the index as their logarithms. For instance, when the ultimate strength, σ_U of a metal bar is compared to the stress σ_D that is acting on it, the difference is usually not considered, but instead the quotient σ_U/σ_D . In order to use the reliability index the properties are transformed by their logarithms giving the distance $\ln \sigma_U - \ln \sigma_D$. The resulting safety margin β is back transformed to a safety factor by taking the exponential $S_\beta = \exp(\beta \sqrt{\tau_C^2 + \tau_D^2})$. For the steering arm, the safety factor becomes $S_\beta = \exp(3.4 \cdot 0.38) = 3.64$, using reliability index $\beta = 3.4$,

An Extra Safety Factor

The doubtfulness of probabilistic interpretations of high reliability indices does not remove the need for safety margins to rare events. Therefore, high reliability indices must be used and the corresponding probabilities are regarded not as failure rates, but rather as notional values for comparisons.

Here we advocate an alternative to this notional value of probability that may be interpreted as an application of the Shewhart idea of distinguishing between chance and assignable causes. Our proposal is the following:

$$\bar{C} - \bar{D} > 2\sqrt{\tau_C^2 + \tau_D^2} + \gamma, \quad (13)$$

where γ is an extra “assignable” safety distance due to unknown errors, such as possible human errors that cannot be given a probabilistic interpretation. The “chance” part $2\sqrt{\tau_C^2 + \tau_D^2}$ is two standard deviations, corresponding to approximately 2.5% probability of exceedance corresponding to the central part of the statistical distribution that may be believed to be reasonably normal.

In case of engineering entities acting multiplicative rather than additive the inverse logarithm transforms the two parts of the safety distance to two parts of safety factors,

$$S_F = S_\tau \cdot S_\gamma = \exp\left(2\sqrt{\tau_C^2 + \tau_D^2}\right) \cdot \exp(\gamma). \quad (14)$$

If we require an extra safety factor of $S_\gamma = 1.5$, the result for the steering arm becomes

$$S_F = S_\tau \cdot S_\gamma = \exp(2 \cdot 0.38) \cdot 1.5 = 2.14 \cdot 1.5 = 3.21. \quad (15)$$



Box 5501
SE-114 85 Stockholm

info@befonline.org • www.befonline.org
Besöksadress: Storgatan 19

ISSN 1104-1773