

BeFo



STIFTELSEN BERGTEKNISK FORSKNING  
ROCK ENGINEERING RESEARCH FOUNDATION

# SANNOLIKHETSBASERAD DESIGN AV BERGKONSTRUKTIONER – EN ÖVERSIKT AV NUMERISKA MÖJLIGHETER

Christer Andersson

# **SANNOLIKHETSBASERAD DESIGN AV BERGKONSTRUKTIONER - EN ÖVERSIKT AV NUMERISKA MÖJLIGHETER**

**Probability based design of rock constructions, an  
overview of numerical means**

Christer Andersson, Vattenfall Power Consultant



## FÖRORD

Vid sidan av den övergripande europastandarden EN 1990 *Grundläggande dimensioneringsregler för bärverk* finns standarder för olika typer av konstruktioner där EN 1997 ("Eurokod 7") avser dimensionering av geokonstruktioner. Eurokoderna för alla bärande konstruktioner ska vara införda i Sverige år 2011 och motstridiga dokument ska dras tillbaka. Eurokoden anger att sannolikhetsbaserade beräkningar kan användas vid design av konstruktioner. Sannolikhetsbaserade metoder kan anses som särskilt lämpliga för geokonstruktioner där last och bärförmåga ofta är svåra att separera.

Föreliggande rapport är en nulägesbeskrivning av de möjligheter för sannolikhetsbaserade numeriska analyser som finns tillgängliga och illustrerar dessa med några fallstudier. Rapporten trycker på vikten att de sannolikhetsbaserade metoderna behöver utvecklas ytterligare men även att metoderna för att samla karakterisera berget utvecklas.

Arbetet har följts av en referensgrupp bestående av Isabelle Olofsson, SKB, Lars Rosengren, Rosengren Bergkonsult AB och Anders Fredriksson, Golder AB. Arbetet har även stöttats med värdefulla synpunkter från Jonny Sjöberg, LKAB.

Stockholm i mars 2010

*Mikael Hellsten*



## SAMMANFATTNING

Rapporten ”Sannolikhetsbaserad design av bergkonstruktioner, en översikt av numeriska möjligheter” är resultatet av en förstudie initierad av BeFo. Bakgrunden till förstudien är att Eurokoderna ska införas och ersätta befintliga svenska byggnormer. Enligt Eurokoden får dimensioneringsberäkningar utföras med sannolikhetsbaserade beräkningsmetoder som alternativ till att använda partialkoefficienter. Eftersom geokonstruktioner ofta är så kallade samverkanskonstruktioner där last och bärförmåga inte entydigt kan separeras är sällan metoden med partialkoefficienter lämplig att använda. Ett sannolikhetsbaserat angreppssätt är däremot väl lämpat för dimensionering av denna typ av konstruktioner.

Utifrån BeFo:s förutsättningar har följande mål formulerats inom projektet:

- Inventera och värdera verktyg som kan användas för en sannolikhetsbaserad bestämning av en tunnels bärförmåga. Verktygen ska kunna beakta osäkerheten i indata och deras variation i rymden.
- Beskriva vid vilka situationer de olika verktygen är lämpliga.
- Föreslå utveckling inom området i syfte att skapa praktiska verktyg för sannolikhetsbaserade beräkningar för bergkonstruktioner.

Den huvudsakliga avgränsningen av projektet är att den statistiska fördelningen av indata är känd på förhand. Rapporten behandlar inte hur den statistiska fördelningen för indata kan bestämmas. Arbetet har i huvudsak utförts som en litteraturstudie som sammanfattas i denna rapport.

### Resultat

Litteraturstudien visar att detta område är relativt nytt för bergkonstruktioner och förvånansvärt få referenser har kunnat identifieras. Sannolikhetsbaserade beräkningar är mer vanliga för konstruktioner i jordar. Inom tillverkningsindustrin, särskilt för rymd- och flygplanskonstruktioner, är denna typ av beräkningar mycket vanligt förekommande och det är där som utvecklingen av metoderna i huvudsak sker. Utifrån resultaten i denna studie kan det konstateras att utbudet av numeriska verktyg för sannolikhetsbaserade beräkningar av bergkonstruktioner är mycket begränsat och det finns i nuläget inte några kommersiella koder som kan hantera denna typ av beräkningar fullt ut.

Oavsett tillämpningsområde används sällan den deterministiska numeriska lösaren för att statistiskt sammanställa indata och behandla resultaten. Istället används speciella statistikprogram som hanterar den statistiska fördelningen av indata och skapar indatafiler till den deterministiska lösaren. Statistikprogrammet behandlar sedan resultaten av de deterministiska körningarna för att ta fram den statistiska fördelningen av resultatfunktionen. Metoden är attraktiv då användaren relativt enkelt kan få de två koderna att kommunicera via indata och utdatafiler.

Av de olika numeriska metoder som finns tillgängliga för sannolikhetsbaserade beräkningar presenteras den så kallade stokastiska finita elementmetoden, SFEM, något fördjupat då den är ett relativt färskt tillskott i den finita elementfamiljen. Metoden tillåter att varje enskilt element i modellen tilldelas egenskaper utifrån en vald stokastisk fördelning. Metoden ter sig mest lämpad att användas på jordar eller i mycket homogena bergmassor som kan betraktas som ett kontinuum. För ”vanliga svenska” bergförhållanden ger troligen inte metoden några fördelar jämfört med andra metoder som är uppbyggda av element som exempelvis FEM, FDM eller DEM modeller. Undantag finns, exempelvis vid väldigt sprickfattigt berg.

Analyser med diskontinuummodeller kan genomföras med en viss mån av sannolikhetsbaserat tankesätt. En lämplig utveckling för dessa programvaror skulle vara att den stokastiska fördelningen av sprickornas riktningar och egenskaper skulle kunna användas på ett mer omfattande sätt för att fånga upp komplexiteten i problemen bättre.

Den huvudsakliga anledningen till den ringa användningen av sannolikhetsbaserade metoder är att beräkningskostnaderna är mycket höga. Tusentals simuleringar kan behöva utföras för att nå en tillräcklig noggrannhetsnivå i resultatet. För komplexa problem med långa beräkningstider är det inte rimligt att utföra dessa beräkningar samtidigt som det är i dessa fall behovet av ett sannolikhetsbaserat angreppssätt är som störst. Beräkningskostnaderna måste på något sätt sänkas för att metoderna ska kunna börja användas på ett mer omfattande sätt.

Det är viktigt att inte bara stirra sig blind på de olika numeriska metoderna och datorernas kapacitet. Ingenjören måste ha en grundläggande förståelse för statistik och statistiska metoder för att kunna använda verktygen och tolka resultaten på rätt sätt. Vid framtagande av undersökningsprogram och sammanställning av dessa är det av stor vikt att detta görs på ett sätt som möjliggör en effektiv statistisk analys vid dimensioneringen. Det är sist och slutligen så att de numeriska resultaten aldrig kan bli bättre än de indata som används. Lika stor kraft behöver alltså läggas på att ta fram metoder för att etablera bra och relevant indata som på att utveckla teknikerna för att använda den i beräkningar.

Det rekommenderas att följande studier genomförs i BeFo:s regi:

- Bestämning av en tunnels bärförmåga för några typiska analysituationer vid svenska förhållanden. Jämförande analyser bör genomföras mellan nivå II och nivå III analyser.
- Fördjupad studie av vid vilka analysituationer som metoden med stokastiska finita element är mest lämpad.
- I den ena eller båda studierna ovan utvärdera användandet av en statistisk programvara som arbetar tillsammans med den deterministiska lösaren.

- En studie som fokuserar på hur den statistiska fördelningen av indata ska tas fram och hur undersökningsprogram kan optimeras för att tillgodose kraven de sannolikhetsbaserade analyserna ställer på indata.





## SUMMARY

This report "Probability based design of rock constructions, an overview of numerical means" is the result of a feasibility study initiated by BeFo. The Eurocodes will be implemented in Sweden and will thereby replace the acting building standards. The limit state design calculations can according to Eurocode be performed with either the partial coefficient method or be based on probability based design. For constructions in rock and soil the active and passive forces cannot be clearly separated and the method with partial coefficients is therefore often not applicable. Probabilistic methods are however well suited for this type of design calculations.

The following objectives applies for this feasibility study:

- Survey and assess numerical tools that can be used for a probabilistic determination of a tunnels' load-bearing capacity. The tools shall be able to handle uncertainty in the input data and its spatial variability.
- Describe situations at which the tools are suitable to use.
- Propose development within the subject area with the objective to create practical tools for probabilistic limit state design calculations or constructions in rock.

The main limitation for the project is that the statistical distribution of the input data is known. The report do not discuss how the statistical distributions can be assessed. The work is performed as a literature study that is summarized in this report.

### Results

The literature study finds that this is a relatively new method for design of rock constructions and surprisingly few references have been found. Probabilistic design methods seems to be more used for design of constructions in soil than in rock. Within the manufacturing industry and then in particular space- and aircraft constructions these type of analyzes are quite usual. It is also here that the major part of the development of the probability based methods is being performed. This study finds that there are very few numerical tools for probabilistic design of rock constructions. At present there are no commercial codes available that can perform this type of modelling to a full extent.

Regardless of the construction that is being analyzed, the deterministic numerical solver is rarely used for compilation of the statistical input data files and to evaluate the results. Specially developed statistical codes are used to handle the statistical distribution of the input data and to produce input files for the deterministic solver. The statistical code then determines the statistical distribution of the target parameter. This method is popular since it is relatively simple for the user to make the two codes to communicate with each other through the input and output files.

Among the different numerical methods that are available for probabilistic design is the so-called stochastic finite element method, SFEM, presented in more depth. This is because the method is relatively new in the family of finite element methods. With SFEM each individual element in the model can be assigned properties chosen from the statistical distribution representing the parameter. The method seems most suitable to use for constructions in soil or in very homogeneous rock masses that can be approximated as a continuum. For “ordinary Swedish” rock conditions the method does not seem to offer any advantages compared to other types of models using elements such as FEM, FDM or DEM models.

Discontinuum models can perform probabilistic analyses to some extent. These codes should be developed by improving the possibilities for defining stochastic properties for the orientation and properties of the joints. This would make it possible to simulate the complexity in the problems more extensively.

The main reason for the sparse use of probabilistic design methods is the high computational cost. To achieve a reasonable accuracy in the result thousands of simulations might be necessary. For complex designs requiring long execution times it is not reasonable to use a probabilistic approach. These types of designs are the ones that have the most to gain from a probability based design approach which is a dilemma. To increase the use of probabilistic methods the computational cost must be reduced in one-way or the other.

One important aspect is to avoid focusing too much on different numerical methods and computational capacity. It is necessary that the engineer has a basic understanding of statistics and statistical methods to be able to use the tools and to interpret the results correctly. When planning the site investigations and compiling of the investigation results it is of importance that the probabilistic use of the results are pondered. The site investigation data needs to be derived so that probabilistic analyses in the design phase can be made efficiently. The numerical results will never be better than the quality of the input data. Much effort has and is being put in the development of the numerical techniques, and as much effort needs to be put in developing techniques for producing good and reliable input data.

It is proposed that the following studies are conducted by BeFo:

- Determination of the load-bearing capacity of a tunnel for typical Swedish conditions. Comparable analyses should be performed as level II and level III analyses.
- An in-depth study of which situations the SFEM method is most suitable for.
- In either or both of the studies above. Evaluate the use of a statistical code that runs in parallel with the deterministic solver.

- A study that focuses on how the statistical distribution of input data shall be determined and how site investigation programmes can be optimized to meet the requirements of the probabilistic methods on the input data.



## INNEHÅLLSFÖRTECKNING

1	INLEDNING .....	1
1.1.	Bakgrund och övergripande projektmål .....	1
1.2.	Förstudiens mål och avgränsningar .....	3
1.3.	Genomförande .....	3
2	Litteraturstudie .....	5
2.1.	Eurokod .....	6
2.2.	Statistiska fördelningar .....	7
2.2.1.	Normalfördelningen .....	8
2.2.2.	Lognormalfördelningen .....	13
2.3.	Vanliga statistiska metoder .....	14
2.3.1.	FOSM .....	14
2.3.2.	FORM, SORM .....	15
2.3.3.	Punktskattningsmetoden .....	17
2.3.4.	Monte Carlometoden .....	19
2.3.5.	Latin Hypercubemetoden .....	20
2.4.	Exempel på simulerade fördelningar .....	22
2.5.	Exempel på lösning av ett analytiskt problem .....	27
2.6.	Rumslig fördelning av stokastiska variabler .....	30
2.6.1.	Stokastiska finita element .....	31
2.6.2.	Bedömning av användbarhet för SFEM analyser vid bergmekaniska problem	33
2.7.	Beräkningskostnad .....	35
2.8.	Översikt av sannolikhetsbaserade möjligheter med vanliga programvaror för bergmekanisk tillämpning .....	35
2.8.1.	PLAXIS .....	36
	Kommentar från PLAXIS .....	37
2.8.2.	ITASCA .....	37
	Kommentar från ITASCA .....	38
2.8.3.	Rocscience .....	38
	Kommentar från Rocscience .....	39
2.8.4.	ANSYS .....	39
2.9.	Kontinuum respektive diskontinuummodellering .....	39
2.10.	Programvaror för statistiska analyser .....	41
2.10.1.	COSSAN .....	43
2.10.2.	Prob2B .....	43
2.10.3.	PUDEC .....	43
2.10.4.	NESSUS .....	44
2.11.	Artificiella neurala nätverk .....	44
2.12.	Exempel på tillämpningar .....	46
2.13.	Hydrogeologisk modellering .....	50
3	Diskussion .....	53
4	Resultat och rekommendationer .....	56

4.1.	Inventera och värdera verktyg att användas för en sannolikhetsbaserad bestämning av en tunnels bärförmåga .....	56
4.2.	Beskriva vid vilka situationer de olika verktygen är lämpliga .....	56
4.3.	Föreslå utveckling inom området, rekommendationer .....	57
5	Referenser.....	59

## 1 INLEDNING

### 1.1. Bakgrund och övergripande projektmål

Arbetet med det som skulle bli Eurokoder påbörjades 1974 då byggindustrin initierade gemensamma regler för byggnadskonstruktioner. En viktig anledning var att regelverken i olika länder såg annorlunda ut och det var svårt för entreprenörer att genomföra arbeten i olika länder då de entreprenadjuridiska förhållandena kunde skilja sig åt avsevärt länderna emellan. EU-kommissionen initierade ett arbetsprogram 1975 med syftet att eliminera tekniska handelshinder. Ett stort utrymme för nationella regler var tillåtet i de skrivningar som arbetet resulterade i 1989. Efter modifieringar av arbetet från 1989 som innebar att de nationella regelverkens inverkan begränsades något beslutades 1998 att de Eurokoder vi ser idag skulle utvecklas. Dessa Eurokoder ska fungera som ett gemensamt ramverk för byggindustrin i Europa och myndigheterna är ansvariga för att anpassa sina regler så att Eurokoderna kan användas (Franzén 2009). Eurokoderna ska användas som styrande referensdokument för att:

- Visa att väsentliga krav i byggdirektivet med främst avseende på bärförmåga, stadga, beständighet och brand uppfylls.
- Fungera som plattform för upprättande av kontrakt för byggande och tillhörande ingenjörstjänster.
- Utgöra underlag för att upprätta harmoniserande tekniska specifikationer för byggprodukter.

Eurokoderna för byggindustrin består av en serie standarder med ett övergripande dokument, EN (1990) *Grundläggande dimensioneringsregler för bärverk*. Detta dokument refereras ofta till som bara Eurokod. Till detta övergripande dokument finns totalt nio olika standarder där bergrelaterade frågor finns upptagna i EN (1997) *Dimensionering av geokonstruktioner*, ofta refererat till som Eurokod 7 då det är den sjunde standarden i ordningen. Eurokod 7 är uppdelad i två delar där del 1 (EN 1997-1) innehåller allmänna regler och del 2 (EN 1997-2) beskriver markundersökning och provning. Eurokodernas innehåll och betydelse för bergteknisk dimensionering är sammanfattat i Lindström (2006).

Eurokoderna ska vara fullt införda för alla bärande konstruktioner i Sverige år 2011 och motstridiga dokument ska dras in. Boverket som upprättar byggnormerna i Sverige har i nu gällande byggnormer utfärdat ett undantag för bergkonstruktioner. Det är troligt att detta undantag även kommer att gälla efter 2011. Arbetet pågår hos Implementeringskommissionen för Europastandarder och Geoteknik ([www.ieg.nu](http://www.ieg.nu)) med målsättningen att definiera hur övergången till Eurokod för bergkonstruktioner ska genomföras.

Författarna av EN (1990) resonerar i termer av partialkoefficienter när dimensioneringsberäkningar utförs eftersom last och bärförmåga oftast entydigt kan



separeras för konstruktioner som inte utförs i en geomiljö. Som alternativ till partialkoefficienter anges att en design som direkt tillämpar probabilistiska metoder får användas. EN (1990) beskriver i Annex C hur partialkoefficienter får beräknas med sannolikhetsbaserade metoder. De sannolikhetsbaserade metoderna delas upp i 2 nivåer som definieras enligt följande:

- Nivå II, First Order Reliability Methods (FORM)
- Nivå III, Fullständigt sannolikhetsbaserade metoder exempelvis Monte Carlo.

Partialkoefficienter får bestämmas med metoderna i nivå II och nivå III.

Geokonstruktioner är ofta så kallade samverkanskonstruktioner vilket innebär att last och bärförmåga inte entydigt kan separeras. Exempelvis hålls en oförstärkt bergtunnel upp av bergets hållfasthet samtidigt som berget utgör lasten som verkar på konstruktionen. Metoden med partialkoefficienter är därför inte tillämplig på denna typ av konstruktioner. Gränstillståndet för geokonstruktioner ska istället enligt EN (1997-1) beräknas med en eller en kombination av följande metoder:

- Beräkningar. Beräkningarna kan utföras med: i) analytiska modeller, ii) semi-empiriska modeller eller iii) numeriska modeller.
- Hävdvunna metoder. Tillåtna metoder specificeras nationellt.
- Provbekastning och modellförsök.
- Observationsmetoden.

För dimensioneringsberäkningar med ett sannolikhetsbaserat angreppssätt kan metoderna: Beräkning med numeriska modeller eller Observationsmetoden användas. EN (1997-1) beskriver inte vilken typ av sannolikhetsbaserat angreppssätt som kan användas för sannolikhetsbaserade analyser. En rimlig förutsättning är därför att anta att endast metoder som kvalificerar sig som nivå II eller nivå III ska användas för dessa beräkningar. Detta bekräftas i Stille et al. (2005) som diskuterar dimensionering av samverkanskonstruktioner i berg med sannolikhetsbaserade metoder. Observationsmetoden och dess tillämpning på design av konstruktioner i berg beskrivs av Holmberg & Stille (2007). Denna metod är till stor del beroende av sannolikhetsbaserade beräkningar eftersom det enligt EN (1997-1) är ett krav att möjliga utfall för konstruktionens beteende och sannolikheten för att beteendet faller inom acceptabla gränser ska bedömas.

Genomförande av sannolikhetsbaserade dimensioneringsberäkningar enligt nivå II och nivå III kräver beräkningsmetoder som tar hänsyn till designparametrars stokastiska fördelning. Syftet med denna förstudie är att göra en fördjupning i vad detta innebär för utförandet av konstruktionsberäkningar för bergkonstruktioner.

Denna förstudie har initierats för att ge en översikt av möjligheterna att med numeriska metoder utföra sannolikhetsbaserade analyser som finns tillgängliga i nuläget och som skulle kunna användas vid en eventuell implementering av Eurokod för bergkonstruktioner. Målet med förstudien är att inventera och värdera befintliga verktyg för avancerad modellanalys av undermarksanläggningar som kan beakta osäkerheten i indata och deras variationer i rymden. Projektet syftar också till att föreslå utveckling inom området i syfte att skapa praktiska verktyg för sannolikheteoretiska beräkningar för bergkonstruktioner.

## **1.2. Förstudiens mål och avgränsningar**

Utifrån projektdirektiven ovan har det inom projektet formulerats följande mål:

1. Inventera och värdera verktyg som kan användas för en sannolikhetsbaserad bestämning av en tunnels bärförmåga. Verktygen ska kunna beakta osäkerheten i indata och deras variation i rymden.
2. Beskriva vid vilka situationer de olika verktygen är lämpliga.
3. Föreslå utveckling inom området i syfte att skapa praktiska verktyg för sannolikhetsbaserade beräkningar för bergkonstruktioner.

Den huvudsakliga avgränsningen av projektet är att den statistiska fördelningen av indata är känd på förhand. Rapporten behandlar inte hur den statistiska fördelningen för indata kan bestämmas.

Arbetet behandlar inte den sannolikheteori som ligger bakom verktygen/programvarorna. Detta beskrivs endast i generella termer.

## **1.3. Genomförande**

Förstudien omfattar en litteraturstudie med informationssökning, kontakter med programtillverkare och forskare inom relevanta områden, samt en sammanfattade utvärdering med rekommendationer för fortsatt arbete.

Litteratursökningen fokuserade på att leta information om sannolikhetsbaserad design av geokonstruktioner. Syftet var att hitta exempel på geotekniska problem som hanterats med ett sannolikhetsbaserat synsätt. Som utgångspunkt för inventeringen av numeriska verktyg för bestämning av en tunnels bärförmåga användes Banverkets projekteringsanvisningar (Lundman, 2005). I Lundman (2005) listas numeriska verktyg som är vanligt förekommande vid dimensionering av berganläggningar. En informationssökning riktad mot de listade verktygen genomfördes med syftet till att skaffa information om hur verktygen hanterar sannolikhetsbaserade angreppssätt i nuläget. I ett försök att beskriva programtillverkarnas syn på framtiden i detta ämne tillfrågades de om hur de avsåg att deras verktyg skulle kunna hantera sannolikhetsbaserade beräkningar i framtiden.

En diskussion förs i slutet av rapporten där numeriska metoders lämplighet för olika typer av analyser bedöms. I diskussionen ges förslag och synpunkter på verktygens funktion, synpunkter på den fortsatta utvecklingen inom området beträffande rationell och praktisk hantering av frågorna ges även.

## 2 LITTERATURSTUDIE

Litteratursökningen fokuserade på att leta information om sannolikhetsbaserad design av geokonstruktioner och hur den kan utföras. Nedanstående stycken ger en introduktion till litteraturstudiens upplägg.

En översikt av Eurokod (EN 1997) för sannolikhetsbaserad design ges i kapitel 2.1. Eurokod anger vilka typer av statistiska metoder som är lämpliga att använda för beräkningar inom de olika nivåerna. Exempel på dessa metoder anses därför lämpliga att presentera något fördjupat i denna förstudie.

De sannolikhetsbaserade metoderna förutsätter att förväntade värden på alla eller några av de indataparametrar som används kan beskrivas med en statistisk fördelning. De parametrar som är vanligt förekommande i bergmekaniska analyser kan på goda grunder förutsättas vara normalfördelade. Undantag finns och ett viktigt sådant är exempelvis spricklängder som ofta antas ha någon form av exponentialfördelning. Ofta behöver också normalfördelningarna trunkeras, Normalfördelningen beskrivs översiktligt i kapitel 2.2. En sammanfattning över vanliga statistiska metoder finns redovisad i kapitel 2.3. Sammanfattningen ska ge läsaren en överblick och kort introduktion till de metoder som är vanligt förekommande i statistiska beräkningar för geokonstruktioner. I sammanfattningen av de vanliga statistiska metoderna lyfts en del skillnader emellan fram. Ett enkelt exempel på hur valet av statistisk metod påverkar den resulterande fördelningsfunktionen presenteras i kapitel 2.4. Som ett komplement till traditionella finita elementanalyser finns stokastiska finita elementanalyser där den stokastiska parameterfördelningen sker på elementnivå. En översikt på denna metod tillsammans med en diskussion över dess användbarhet för vissa bergmekaniska analyser redovisas i kapitel 2.6. Ett hinder för en bred användning av sannolikhetsbaserad design är i nuläget att beräkningstiderna kan bli orimligt långa då upprepade realiseringar krävs för att nå tillräcklig noggrannhet. Detta diskuteras i kapitel 2.7.

En översikt av för bergmekaniska analyser vanligt förekommande programvarors möjlighet att göra sannolikhetsbaserade beräkningar redovisas i kapitel 2.8. Här finns även kommentarer från några programvarutillverkare beträffande framtidsutsikter. En översikt av två grundläggande förutsättningar som beräkningsprogrammen kan arbeta med, kontinuum och diskontinuum ges i kapitel 2.9. Litteraturstudien visar tydligt att det är vanligt att koppla så kallade tredjepartskoder till de numeriska verktygen presenterade i kapitel 2.8. Tredjepartskoderna står för den statistiska delen av analyserna genom att välja ut parametervärden ur fördelningarna och sammanställa resultaten från de deterministiska realiseringarna av verktygen. En överblick på programvaror för detta ändamål presenteras i kapitel 2.10. Artificiella neurala nätverk kan i vissa fall användas för att göra approximationer på resultatfördelningen för en funktion. En kort beskrivning av metoden finns i kapitel 2.11. I kapitel 2.12 beskrivs kortfattat några arbeten som genomförts där geotekniska eller bergmekaniska problem har hanterats med sannolikhetsbaserade metoder. Beskrivningen försöker ge läsaren en uppfattning över vilka typer av problem som adresserats med dessa metoder. Litteraturstudien avslutas i kapitel 2.13 med en överblick på hur hydrogeologisk

modellering hanterar stokastiska variabler. Detta är av intresse då samma materialvolym modelleras men med andra syften än mekanisk stabilitet.

Arbetet med litteratursökningen indikerade i ett tidigt skede att omfattningen av sannolikhetsbaserad design av bergkonstruktioner är mycket ringa. För jordkonstruktioner har mer arbete av denna typ genomförts, särskilt med avseende på spont och släntstabilitet. Det vanligaste tillämpningsområdet är inom flyg- och rymdindustrin där beställaren ofta kräver att sannolikheter, risker och kostnader beskrivs på ett mer explicit sätt än för geokonstruktioner.

## 2.1. Eurokod

Eurokod (EN 1997) tillåter att dimensioneringsberäkningar utförs med sannolikhetsbaserade metoder vilket även beskrivs av Lindström (2006) och Stille et al. (2005). Eurokod beskriver att sannolikhetsbaserade metoder genomförs enligt Nivå II eller III. Den typ av sannolikhetsbaserad metod som används bestämmer vilken nivå beräkningarna görs i enligt nedan:

- Nivå II: First Order Reliability Methods vilka tillåter djupare statistiska analyser. Dessa metoder använder approximationer av de ingående variablerna som gör att beräkningstiden minskas men på bekostnad av resultatens noggrannhet.
- Nivå III: Fullständigt sannolikhetsbaserade metoder. En metod anses som fullständig om man kan anta att den ger ett statistiskt korrekt svar. Svårigheter att ta fram korrekta statistiska fördelningar på indata gör att denna nivå är väldigt ovanlig för geokonstruktioner.

För berganläggningar som i huvudsak är samverkanskonstruktioner där last och bärförmåga inte kan separeras entydigt har dimensionering med hjälp av partialkoefficientmetoden en mycket begränsad användning. Metoden är konstruerad för att tillämpas vid dimensioneringar där last och bärförmåga kan separeras i beräkningarna. För geokonstruktioner är det därför sannolikhetsbaserade beräkningar enligt nivå II och nivå III som i huvudsak är aktuella. Exempel på sannolikhetsbaserade metoder som kan klassas in i de olika nivåerna ges av Schweckendiek (2006):

- Nivå II: First och Second order Reliability Method (FORM och SORM) samt punktskattningsmetoden exemplifieras för denna nivå.
- Nivå III: Monte Carlometoden är troligen den mest välkända fullständigt sannolikhetsbaserade metoden men även Latin Hypercube Sampling nämns.

Eurokod anger att observationsmetoden kan användas som ett alternativ till en sannolikhetsbaserad design. Eurokod ställer en rad krav på hur observationsmetoden ska användas innan den får implementeras för en konstruktion. En strikt implementering av dessa krav innebär de facto att sannolikhetsbaserade metoder kommer att krävas i stor

utsträckning. EN 1997 ställer nedanstående krav på observationsmetoden (översättning från Holmberg & Stille 2007):

- Gränser för acceptabelt beteende för konstruktionen ska upprättas.
- Intervall för möjligt beteende skall fastläggas och det ska visas att det finns en acceptabel sannolikhet för att det faktiska beteendet ska vara inom de fastställda gränserna för acceptabelt beteende.
- En kontrollplan skall utarbetas som kan visa om det faktiska beteendet ligger inom gränserna för det acceptabla beteendet. Kontroller ska ske i god tid och med tillräckligt korta intervall för att möjliggöra att framgångsrika åtgärder kan vidtagas.
- Responstiden för övervakningsinstrument och ledtider inom övervakningsorganisationen skall vara anpassade så att de är tillräckligt snabba i förhållande till den hastighet med vilken en oönskad händelse kan utvecklas. Detta för att säkerställa att korrigerande åtgärder ska kunna sättas in i tid. (Denna punkt finns inte med i Holmberg & Stille 2007).
- En åtgärdsplan skall utarbetas som kan användas om mätningarna visar på att konstruktionen inte uppför sig som förväntat.

Eurokod indelar geokonstruktioner i tre geotekniska kategorier 1, 2 och 3, där kraven på designen är som hårdast för geoteknisk kategori 3. I princip alla bergarbeten som genomförs i Sverige kommer att tillhöra kategori 3. För att bergarbeten ska kunna klassificeras i kategori 2 krävs följande: tunnlar i hårt sprickfritt berg där det inte ställs speciella krav på vattentätthet eller några andra behov föreligger. Beträffande kraven på övervakning av konstruktioner i geoteknisk kategori 3 ska den i normalfallet baseras på mätningar av deformationer samt analyser som tar hänsyn till i vilken ordning arbetena utförs.

## **2.2. Statistiska fördelningar**

En statistisk fördelning beskriver inom vilket utfallsrum en stokastisk variabel kan befinna sig. Den fördelning som används för att beskriva en variabel bör alltså ha en form som är så lika variabelns utfallsrum som möjligt för att ge minsta möjliga fel i skattningen. Exempel på statistiska fördelningar är: exponential-, gamma-, normal-, lognormal-, pareto-, triangulär-, och weibullfördelning.

Normalfördelningen är användbar för att skatta naturliga skeenden och redovisas därför nedan. En kort introduktion till lognormalfördelningen som ibland är tillämpbar för bergmekaniska variabler ges också.

### 2.2.1. Normalfördelningen

Information om normalfördelningen har hämtas från svenska och engelska Wikipedia. Normalfördelningen är inom matematiken och i synnerhet inom sannolikhetsteori och statistik den absolut viktigaste fördelningen. En normalfördelad variabel antar ofta värden som ligger nära medelvärdet och mycket sällan värden som har stor avvikelse från detta. Normalfördelningen ser därför ut som en kulle eller en klocka och internationellt används ofta beteckningen bell curve. Att normalfördelningen är en så viktig fördelning hänger samman med den centrala gränsvärdessatsen. Centrala gränsvärdessatsen innebär att summan av ett stort antal oberoende slumpmässiga variabler kommer att gå mot en normalfördelning. Detta gäller under förutsättning att variablerna har en och samma sannolikhetsfördelning och en ändlig varians. Centrala gränsvärdessatsen gäller med andra ord oavsett vilken fördelning variablerna hade från början. Normalfördelningen dyker därför upp på många ställen i naturen och samhället. Mängder med skeenden kan med stor noggrannhet beskrivas av normalfördelningen. Inom exempelvis naturvetenskap, sociologi och ekonomi är det vanligt att man inte förstår hur en viss mekanism fungerar. Användande av normalfördelningar kan teoretiskt motiveras eftersom det ofta är sant att fenomen uppkommer genom många små och oberoende slumpmässiga variationer.

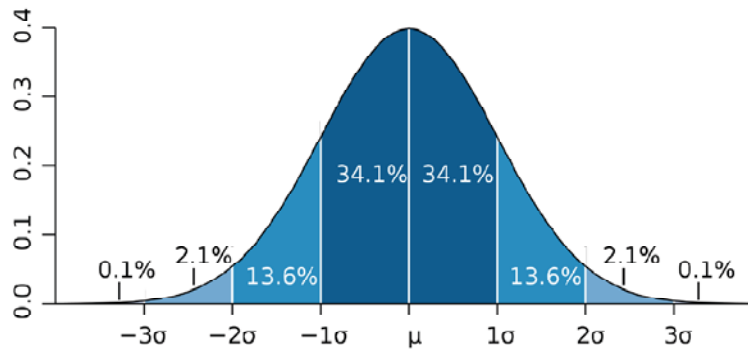
Normalfördelningens täthetsfunktion och fördelningsfunktion är illustrerad i Figur 2-1 till Figur 2-3. Den klassiska klockkurvan i Figur 2-1 innehåller även sannolikhetsintervallen för ett utfall inom en, två och tre standardavvikelser. Standardavvikelsen är ett mått på hur variablerna i fördelningen avviker från väntevärdet och är ett mått för hur sannolikheten för extrema utfall är.

En täthetsfunktionens typvärde är den mest frekventa observationen och ligger alltid under den högsta punkten på täthetsfunktionen (Figur 2-1 och Figur 2-5). En normalfördelning är definierad så att typvärde, väntevärde och median alltid sammanfaller med värdet under högsta punkten på sannolikhetsfördelningen. Det finns inga slutna uttryck för att beräkna väntevärde och varians för fördelningen då det är en diskret funktion. Om ett sådant uttryck är nödvändigt får det uppskattas från en provtagning av populationen i det specifika fallet.

Täthetsfunktionen och fördelningskurvans utseende styrs av storleken på standardavvikelsen. Detta illustreras av kurvorna i Figur 2-2 och Figur 2-3. Då standardavvikelse ökar blir funktionerna mer utsträckta och sannolikheten att få ett utfall som ligger långt från väntevärdet ökar. Ibland används uttrycket ”funktionens svans” detta är delen av funktionen som ligger långt från väntevärdet där kurvan smalnar av. I vissa fall kan svansarna vara för långa och resultera i orimliga resultat. För dessa fall trunckeras fördelningen. Trunkering innebär att variabeln inte tillåts anta värden utanför de gränser som trunkeringen sätter upp. Exempelvis får inte variabeln anta ett värde som är en standardavvikelse mindre än väntevärdet.

Resultatet av en statistisk analys redovisas ofta som en fördelningsfunktion enligt Figur 2-3. Fördelningsfunktionen beskriver sannolikheten för att funktionens resultat är större

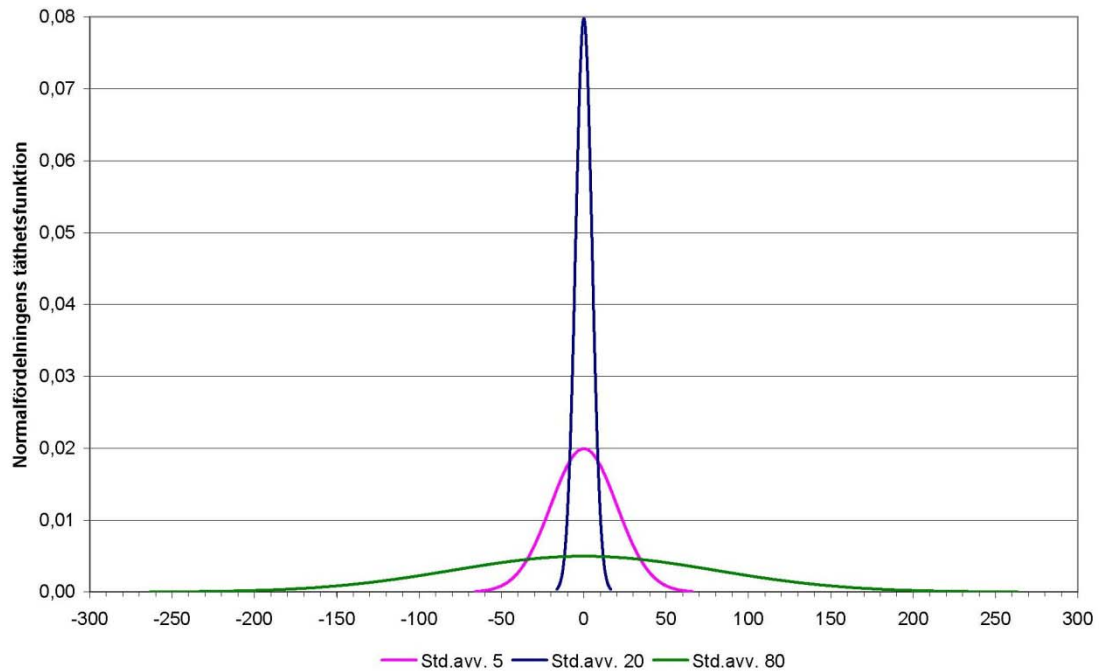
eller mindre än ett diskret värde. Eftersom normalfördelningen är symmetrisk är sannolikheten att få ett värde större eller mindre än väntevärdet alltid 0,5.



Figur 2-1. Normalfördelningens klockformade täthetsfunktion. Väntevärdet betecknas med  $\mu$  och  $\sigma$  är standardavvikelse. Procenttalen anger hur stor del av klockans area som ligger mellan standardfördelningarna vilket också är sannolikheten för ett utfall. Exempelvis är sannolikheten att få ett utfall som är tre standardavvikelser större eller mindre än väntevärdet 0,1 %. Av de möjliga utfallen ligger alltså 99,9 % utanför detta utfall. Arean under kurvan är alltid 1.

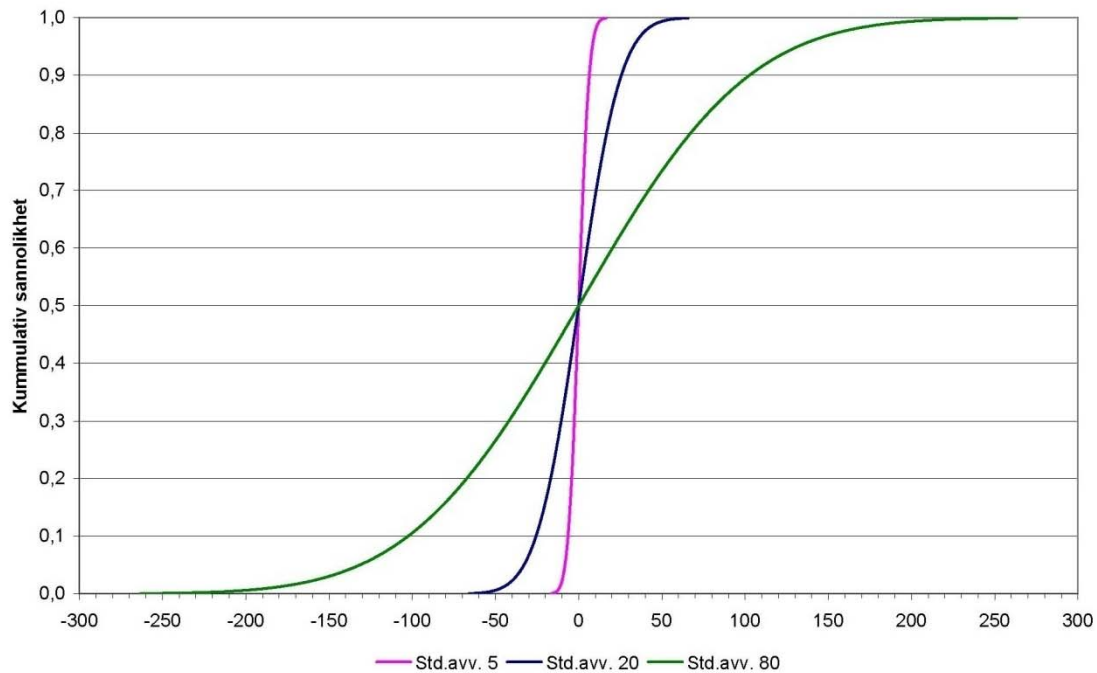
*The probability density function of the normal distribution. The mean is denoted with  $\mu$  and the standard deviation with  $\sigma$ . The percentages indicate the area of the distribution that is enclosed by the standard deviations. This is also the probability for an outcome at that distance from the mean. For example is the probability for an outcome that is three standard deviations large or smaller than the mean 0.1 %. Of all possible outcomes are hence 99.9 % outside this interval. The area beneath the curve is always 1.*





Figur 2-2. Exempel på täthetsfunktioner för normalfördelningen. Funktionerna har ritats med väntevärdet 0 och standardavvikelserna 5, 20 och 80. Täthetsfunktionen har samma form för en given standardavvikelse. Ett annat väntevärde parallellförskjuter funktionen så att dess topp hamnar ovanför det uppdaterade väntevärdet.

*Example of probability density functions of the normal distribution. The functions have been plotted with a mean of 0 and the standard deviations 5, 20 and 80. The density function have the same shape for a certain standard deviation. If another mean is used the function is moved horizontally so that its peak is aligned with the updated mean.*

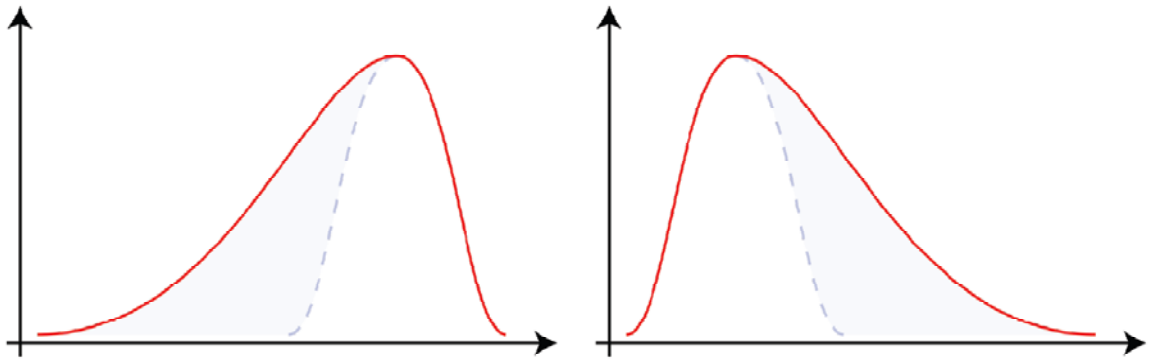


Figur 2-3. Exempel på fördelningsfunktion för normalfördelningen. Funktionerna har ritats med väntevärdet 0 och standardavvikelserna 5, 20 och 80. Sannolikheten för väntevärdets utfall är alltid 50%.

*Example of cumulative distribution functions of the normal distribution. The functions have been plotted with a mean value of 0 and the standard deviations 5, 20 and 80. The probability for an outcome equal to the mean is always 50 %.*

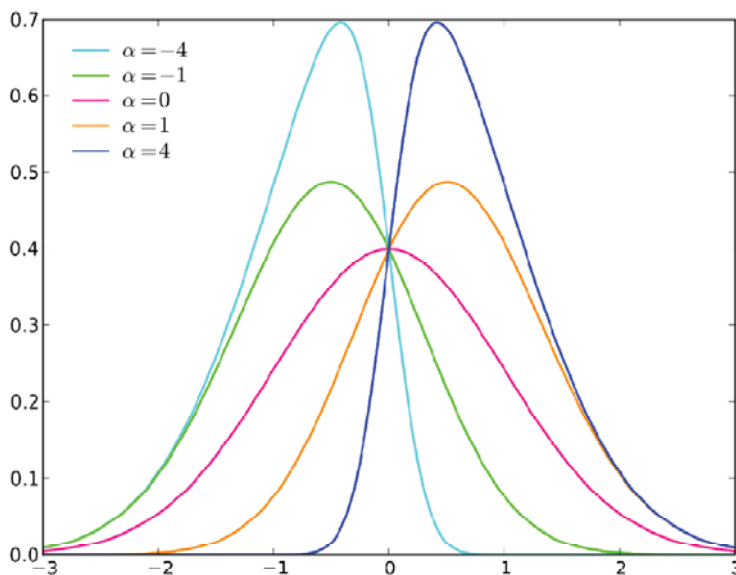
Om en fördelnings väntevärde inte sammanfaller med dess median är fördelningen skev (Figur 2-4). Väntevärdet ligger då någonstans i fördelningens långa svans. Skeva fördelningar indelas i negativa och positiva. En fördelning med en negativ skevhet har sin långa svans åt vänster och en fördelning med positiv skevhet har sin långa svans åt höger vilket illustreras i Figur 2-4.

Formfaktorn beskriver fördelningens skevhet och betecknas med  $\alpha$  i täthets- och fördelningsfunktionerna i Figur 2-5 och Figur 2-6. Formfaktorns belopp talar om hur skev fördelningen är. Ett negativt värde på formfaktorn motsvarar en negativt skev fördelning och ett positivt värde motsatsen. Skeva fördelningar kan inte beskrivas med slutna funktioner.



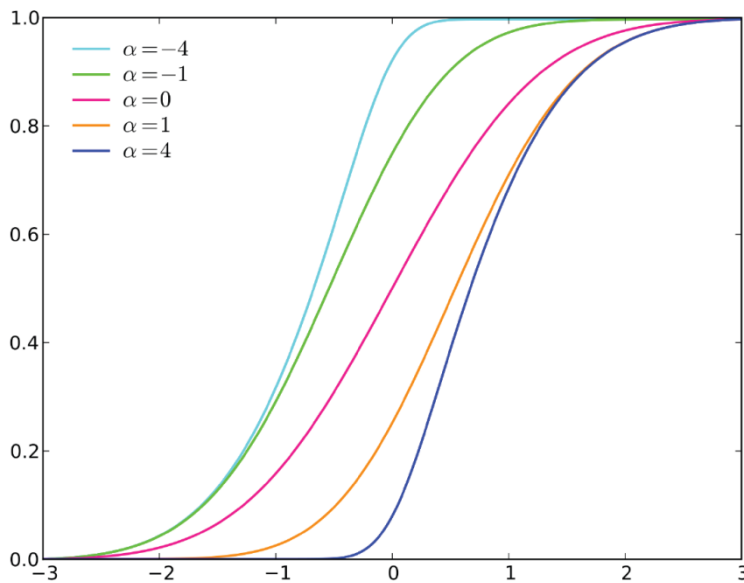
Figur 2-4. Exempel på skev fördelning. Vänstra bilden illustrerar en fördelning som är negativt skev och den högra bilden en positivt skev fördelning.

*Example of skew distributions. The left figure illustrates a distribution that is negatively skew and the right figure illustrates a positively skew distribution.*



Figur 2-5. Exempel på täthetsfunktion för skev normalfördelning. Beloppet på koefficienten  $\alpha$  anger hur skev funktionen är. Om  $\alpha$  har ett negativt värde är fördelningen skev åt vänster. Ett positivt  $\alpha$  anger att fördelningen är skev åt höger. Då  $\alpha = 0$  föreligger ingen skevhet. Typvärdet, det mest frekvent förekommande, ligger under täthetsfunktionens högsta punkt.

*Example of probability density functions for a skew normal distribution. The coefficient  $\alpha$  indicates the skewness of the distribution. Negative  $\alpha$  indicates a left-skew distribution. Positive  $\alpha$  indicates a right-skew distribution. If  $\alpha = 0$  the function is not skew. The typical value is the most frequent occurring and is always located beneath the peak of the density function.*



Figur 2-6. Exempel på fördelningsfunktionen för några skeva normalfördelningar. Beloppet på koefficienten  $\alpha$  anger hur skev funktionen är. Om  $\alpha$  har ett negativt värde är fördelningen skev åt vänster. Ett positivt  $\alpha$  anger att fördelningen är skev åt höger. Då  $\alpha = 0$  föreligger ingen skevhet.

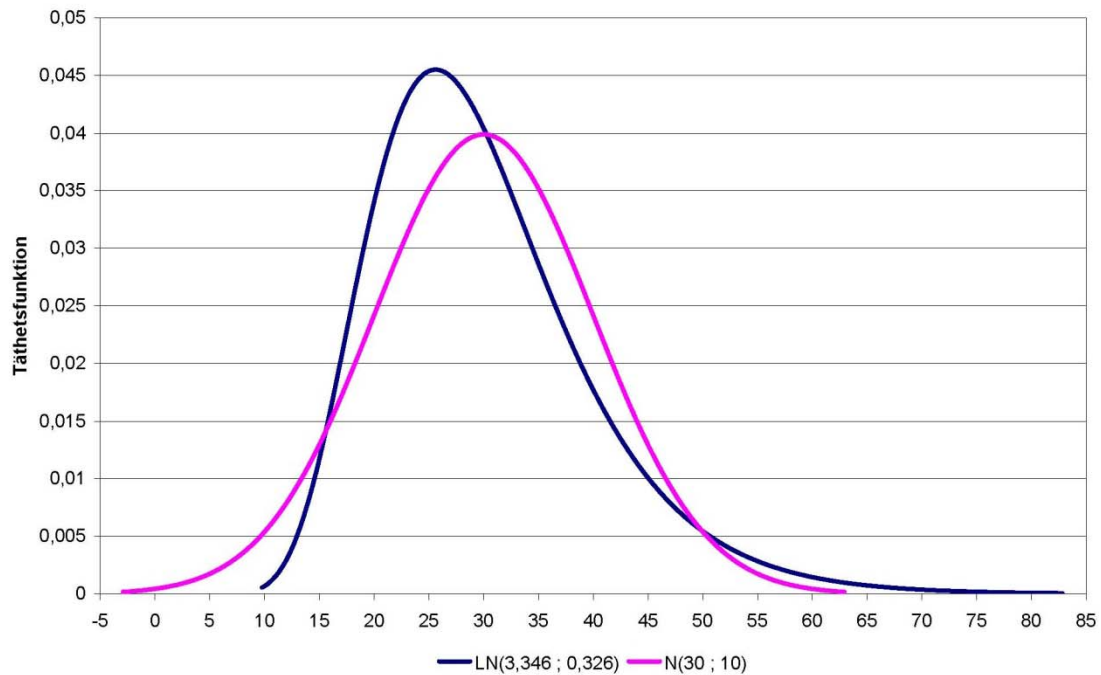
*Example of cumulative probability functions for a few skew normal distributions. The coefficient  $\alpha$  indicates the skewness of the distribution. Negative  $\alpha$  indicates a left-skew distribution. Positive  $\alpha$  indicates a right-skew distribution. If  $\alpha = 0$  the function is not skew. The typical value is the most frequent occurring and is always located beneath the peak of the density function.*

Som kan utläsas ur beskrivningen av normalfördelningen är standardavvikelsen en viktig parameter för sannolikhetsbaserade beräkningar. Det är därför viktigt att standardavvikelsen bestäms på ett korrekt sätt. Vikten av detta framgår ur Figur 2-2. Om standardavvikelsen väljs något större ”för säkerhets skull” får det en stor påverkan på funktionens utseende och de slutliga resultaten.

Om en konstruktion ska ha en sannolikhet för brott på  $10^{-4}$  motsvarar det att 99,99 % av utfallen ska ge en säker konstruktion. Vid dessa låga sannolikhetsnivåer är formen på funktionen viktig då man ska bedöma sannolikheten för en maxlast eller risken att överskrida en säkerhetsfaktor.

### 2.2.2. Lognormalfördelningen

En stokastisk variabel är lognormalfördelad när dess naturliga logaritm ( $\ln$ ) är normalfördelad. Detta får bland annat till följd att variabeln inte kan anta negativa värden. Detta kan vara användbart för variabler där inte negativa värden kan existera, exempelvis ett längdmått. En jämförelse mellan normalfördelningen och lognormalfördelningen illustreras i Figur 2-7 för en variabel med väntevärdet 30 och standardavvikelsen 10.



Figur 2-7. Exempel på täthetsfunktion för en normalfördelad och en lognormalfördelad stokastisk variabel. Variabeln har väntevärdet 30 och standardavvikelsen 10 i båda fallen.

*Example of probability density functions for a normal distributed and a log-normal distributed stochastic variable. The variable has a mean value of 30 and a standard deviation of 10 for both cases.*

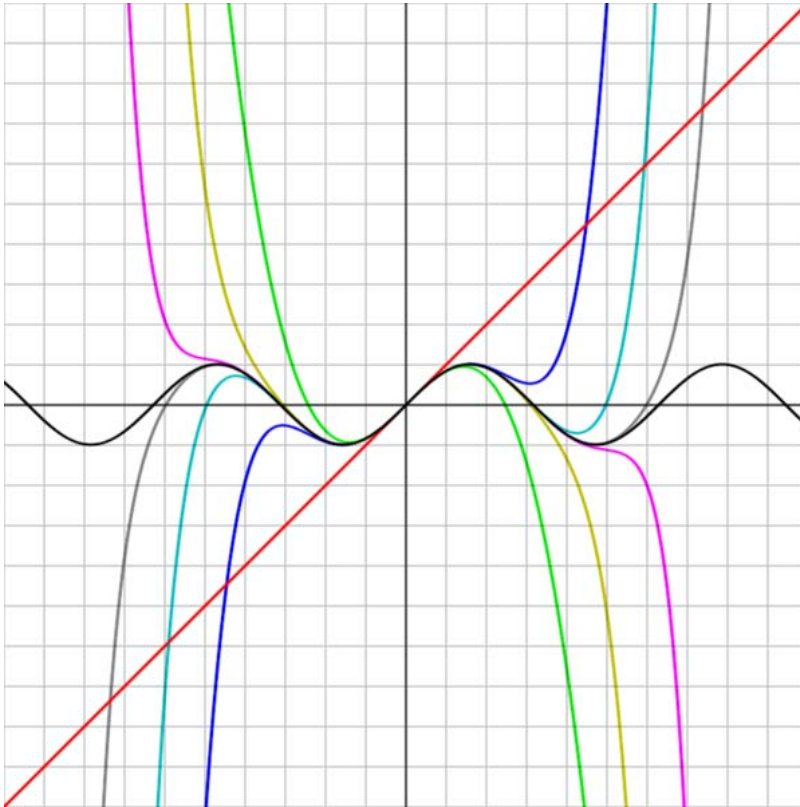
### 2.3. Vanliga statistiska metoder

I nedanstående stycken ges en översikt av några statistiska metoder som ofta används vid sannolikhetsbaserade beräkningar av geokonstruktioner.

#### 2.3.1. FOSM

First-Order Second-Moment bygger på Taylorseriens expansion av den statistiska funktion man vill approximera (Suchomel & Masín 2010, Mellah et al. 2000). Serieexpansionen görs kring väntevärdet på variablerna. Som namnet antyder är det den första ordningen, den linjära termen, man använder för approximationen. Detta begränsar analysen till att de ingående variablerna måste kunna approximeras med normalfördelningar samt att den funktion som ska approximeras inte får avvika alltför mycket från en linjär funktion. Ytterligare en begränsning är att variablernas varians måste vara relativt låg, mindre än i storleksordningen 50% (Bailey et al. 1996). FOSM levererar resultat i form av medelvärde och varians. FOSM ger ingen uppfattning om svansens form. För enklare problem med slutna lösningar kan analytiska beräkningar användas. Vanligtvis används numeriska metoder, exempelvis finita differens.

Figur 2-8 illustrerar hur Taylorserier av olika grad approximerar en sinusfunktion. Figuren visar Taylorapproximationer med polynom av grad 1, 3, 5, 7, 9, 11 och 13. En högre grad av polynomet ger en bättre approximation med Taylorserien. Den räta linjen motsvarar första ordningens funktion som används för FOSM approximationer.



Figur 2-8. Taylorserier av graden 1 röd, 3 grön, 5 blå, 7 gul, 9 ljusblå, 11 lila och 13 grå som approximerar en sinusfunktion. Den röda räta linjen motsvarar en första ordningens (FOSM) approximation.

*Taylor series of degree 1 red, 3 green, 5 blue, 7 yellow, 9 light blue, 11 purple and 13 grey that approximates a sine function. The straight red line indicates a first order (FOSM) approximation.*

### 2.3.2. FORM, SORM

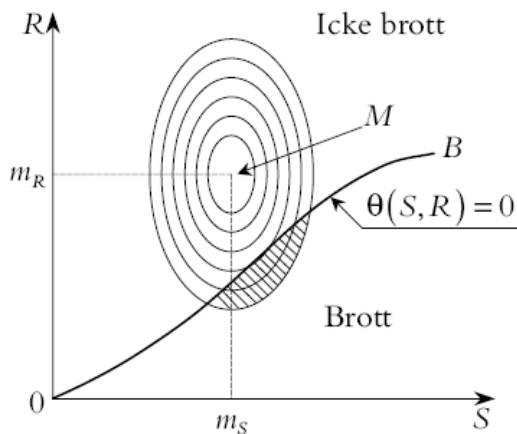
First Order Reliability Method (FORM) och Second Order Reliability Method (SORM) bygger också på Taylorutvecklingen och har samma begränsningar som FOSM.

Funktionen av intresse ska alltså kunna approximeras som linjär, vara kontinuerlig och variablernas varians får inte vara för stor. Metoden resulterar i sannolikheten att exempelvis en brottfunktion ska överskrida ett visst värde. För stabilitetsberäkning av en tunnel motsvarar det att den befinner sig i en av två situationer- stabil eller i brott.

Metoden innebär att ingående variabler transformeras till av varandra oberoende normalfördelningar och brottgränsytan räknas om till det nya systemet (Hasofer & Lind, 1974. Stille et al., 2005).

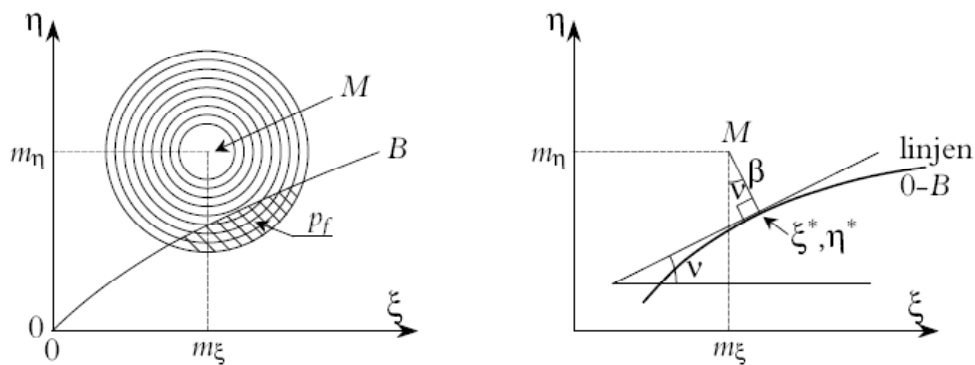
I Figur 2-9 betecknas lasteffekten med  $S$  och bärförmågan med  $R$  (Enochsson et al. 2002). Volymen under den sträckade ytan ger brottsannolikheten. För att kunna beräkna brottsannolikheten görs en variabeltransformation och en serieutveckling vilket resulterar i Figur 2-10 där frekvensfunktionens nivålinjer kan beskrivas med cirklar. Punkten  $(\xi^*, \eta^*)$  bestäms på linjen som motsvarar brotvillkoret så att dess tangent får kortast möjliga vinkelräta avstånd till  $M$ . Detta avstånd  $\beta$  är det så kallade reliability index vilket ger största möjliga värde på brottsannolikheten. Dimensioneringsvärdena  $S$  och  $R$  erhålls genom att återgå till dessa variabler från  $(\xi^*, \eta^*)$ .

SORM erhålles genom att ta med andraderivatan i punkten  $(\xi^*, \eta^*)$  vilket ger tangentens lutning. Detta kräver i många fall en flerfaldig ökning av beräkningskostnaden (Kiureghian & Ke, 1988).



Figur 2-9. Frekvensfunktion  $f_{SR}$  och linjen 0 – B som representerar brotvillkoret. Modifierad från Enochsson et al. (2002).

*Frequency function  $f_{SR}$  and line 0 – B that represents the limit state. Modified from Enochsson et al. (2002)*



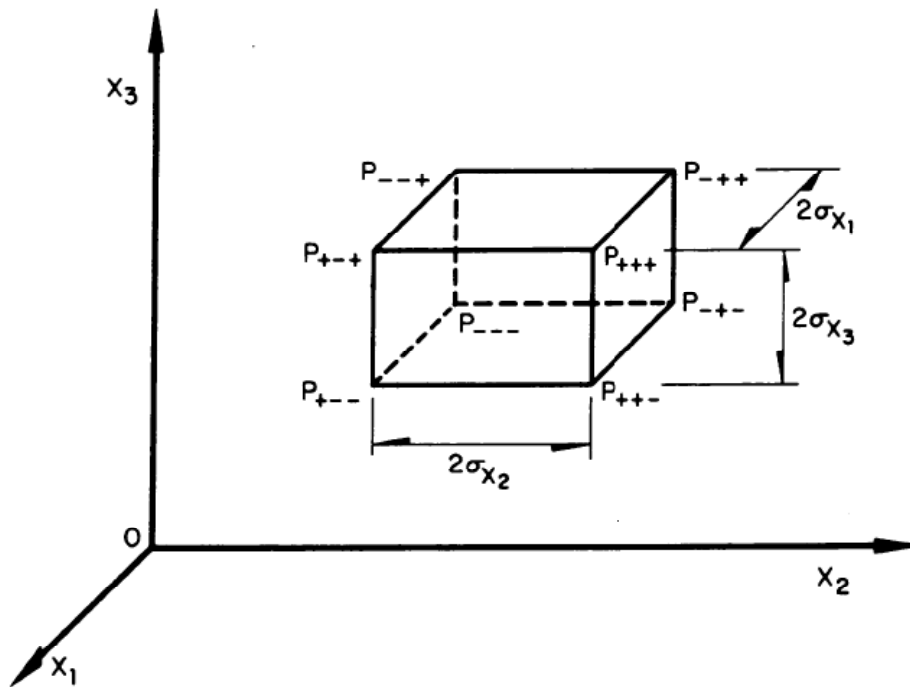
Figur 2-10. Vänstra bilden: frekvensfunktion  $f_{\xi\eta}$  och linjen 0–B som representerar brottvillkoret. Högra bilden: detalj av vänstra figuren där avståndet  $\beta$  motsvarar reliability index. Modifierad från Enochsson et al. (2002).

*Left figure: frequency function  $f_{\xi\eta}$  and line 0–B that represents the limit state. Right figure: detail of the left figure where the distance  $\beta$  corresponds to the reliability index. Modified from Enochsson et al. (2002).*

### 2.3.3. Punktskattningsmetoden

Punktskattningsmetoden formuleras av Rosenblueth (1975). Grundidén är att ersätta en täthetsfunktion med en diskret funktion som har samma första tre statistiska moment (väntevärde, standardavvikelse och skevhet). För att skatta denna diskreta funktion görs beräkningar där varje variabel ges ett värde som är väntevärdet +/- en standardavvikelse. Resultatet av beräkningarna används sedan för att beräkna den diskreta funktionens medelvärde, standardavvikelse och i vissa fall skevhet. Antalet beräkningar blir  $2^n$  där  $n$  är antalet variabler. Figur 2-11 redovisar de åtta beräkningsfall som behöver genomföras för en funktion med tre variabler.





Figur 2-11. Koncentrationer av täthetsfunktionen när  $Y = Y(X_1, X_2, X_3)$ . Modifierad från Rosenblueth (1975).

*Concentrations of probability density function when  $Y = Y(X_1, X_2, X_3)$ . Rosenblueth (1975).*

Schweckendiek (2006) anger att metoden bland annat har följande begränsningar:

För vissa funktioner kan det vara för lite att göra en uppskattning med två punkter per variabel. Metoden bör inte heller användas för att skatta högre statistiska moment än det andra (standardavvikelse).

En annan begränsning är att variablerna måste vara någorlunda normalfördelade. Punktskattningsmetoden används på följande sätt för att få fördelningen på resultatet. I Figur 2-11 framgår att  $Y$  är en funktion av tre variabler vilket kan skrivas.

$$Y = \text{fn}(X_1, X_2, X_3)$$

Beräkningen av  $Y$  i de olika hörnpunkterna av rektangeln ger följande ekvationer där  $\mu$  och  $\sigma$  är väntevärde respektive standardavvikelse för variablerna:

$$Y_{+++} = \text{fn}[(\mu_1 + \sigma_1) + (\mu_2 + \sigma_2) + (\mu_3 + \sigma_3)]$$

$$Y_{++-} = \text{fn}[(\mu_1 + \sigma_1) + (\mu_2 + \sigma_2) + (\mu_3 - \sigma_3)]$$

$$Y_{+-+} = \text{fn}[(\mu_1 + \sigma_1) + (\mu_2 - \sigma_2) + (\mu_3 + \sigma_3)]$$

$$Y_{-+-} = \text{fn}[(\mu_1 - \sigma_1) + (\mu_2 + \sigma_2) + (\mu_3 + \sigma_3)]$$

$$Y_{+-} = \text{fn}[(\mu_1 + \sigma_1) + (\mu_2 - \sigma_2) + (\mu_3 - \sigma_3)]$$

$$Y_{-+} = \text{fn}[(\mu_1 - \sigma_1) + (\mu_2 - \sigma_2) + (\mu_3 + \sigma_3)]$$

$$Y_{...} = \text{fn}[(\mu_1 - \sigma_1) + (\mu_2 - \sigma_2) + (\mu_3 - \sigma_3)]$$

Varje hörn i rektangeln ges en viktning enligt nedanstående. Viktningen grundar sig på om/hur variablerna är korrelerade parvis. Nedan anges korrelationerna så att exempelvis  $\rho_{12}$  motsvarar korrelationen mellan variabel 1 och variabel 2.

$$P_{+++} = P_{...} = (1/8)(1 + \rho_{12} + \rho_{23} + \rho_{31})$$

$$P_{+-} = P_{-+} = (1/8)(1 - \rho_{12} + \rho_{23} - \rho_{31})$$

$$P_{++-} = P_{-+-} = (1/8)(1 + \rho_{12} - \rho_{23} - \rho_{31})$$

$$P_{+--} = P_{-+-} = (1/8)(1 - \rho_{12} - \rho_{23} + \rho_{31})$$

Av detta följer att om korrelationen mellan de olika variablerna är 0 blir vikten i samtliga fall 1/8.

Medelvärde av Y,  $E(Y)$  beräknas:

$$E(Y) = Y_{+++}P_{+++} + Y_{+-}P_{+-} + Y_{-+}P_{-+} + Y_{++-}P_{++-} + Y_{+--}P_{+--} + Y_{-+-}P_{-+-} + Y_{-+-}P_{-+-} + Y_{...}P_{...}$$

Variansen ( $\sigma^2$ ) av Y beräknas:

$$\sigma^2 = E(Y^2) - [E(Y)]^2$$

$$E(Y^2) = Y_{+++}^2P_{+++} + Y_{+-}^2P_{+-} + Y_{-+}^2P_{-+} + Y_{++-}^2P_{++-} + Y_{+--}^2P_{+--} + Y_{-+-}^2P_{-+-} + Y_{-+-}^2P_{-+-} + Y_{...}^2P_{...}$$

$$\text{Standardavvikelsen } \sigma = (\sigma^2)^{1/2}$$

Ett beräkningsexempel som väl illustrerar punktskattningsmetoden presenteras av Miller et al. (2004).

#### 2.3.4. Monte Carlometoden

Monte Carlometoden är inte en, utan ett samlingsnamn för flera metoder med ett liknande angreppssätt. Metoderna används för att lösa funktioner statistiskt då den analytiska lösningen är för komplex. Metoden verkar vara den hittills vanligaste metoden när sannolikhetsbaserade analyser görs. Den stora nackdelen är att ett stort antal realiseringar krävs för att resultatet ska bli representativt. Den största fördelen är att ingen annan metod ger lika exakta resultat som Monte Carlometoder, bara ett tillräckligt stort antal realiseringar görs (Wikipedia: Monte Carlo method).

Monte Carlometoderna följer i huvudsak följande mönster:

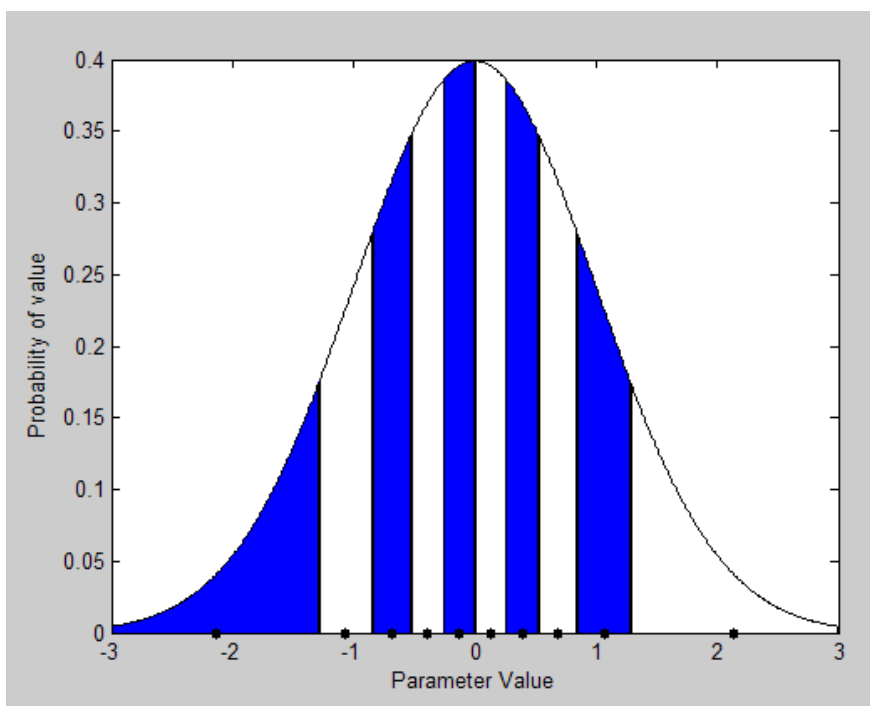
1. Variablerna ges en sannolikhetsfördelning.
2. Indata genereras från fördelningen på ett slumpmässigt sätt.
3. En deterministisk beräkning på ett set indata genomförs.
4. Steg 3 itereras för samtliga set indata och resultatens statistiska fördelning bestäms.

### **2.3.5. Latin Hypercubemetoden**

McKay et al. (1979) beskriver metoden för Latin Hypercubemetoden. Metoden arbetades fram eftersom den i många fall är effektivare än Monte Carlosimuleringar, upp till 50 %. Skillnaden i effektivitet mot Monte Carlometoder beror av problemets art.

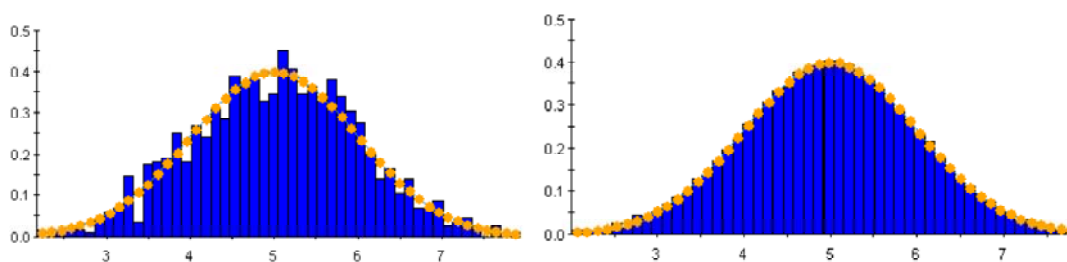
Effektiviseringen av samplingen har vunnits genom att varje variabel delas in i ett antal segment. Antalet segment varje variabel indelas i är lika. Figur 2-12 nedan visar en indelning i 10 segment. Varje segment har lika stor sannolikhet att inträffa då areorna är lika. För varje segment genereras ett parametervärde, ofta genom att välja mittpunkten (som i figuren) eller en ändpunkt. En matris skapas genom att lägga in parametervärdena för varje variabel radvis. Variablernas inbördes ordning i varje rad ska vara slumpmässig för att inte få oavsiktliga beroenden i beräkningarna. Realiseringarna i modellen görs genom att ta indata från en kolumn i taget i en iterering som pågår till resultatet är tillräckligt noggrant (Wikipedia: latin hypercube sampling).

Metoden ger en mycket god representation av funktionens verkliga variabilitet då slumptalen som ingår representerar hela variabiliteten genom indelningen i segment. Detta kan inte garanteras om en rent slumpmässig samplingsmetod används. Detta illustreras i Figur 2-13 där en normalfördelning approximerats med Monte Carlo- och Latin Hypercubemetoden. Båda metoderna har simulerats 1000 gånger. I figuren framgår tydligt att Latin Hypercubetekniken bättre simulerar funktionen än Monte Carlometoden vid samma antal simuleringar. Det är detta som gör att färre numeriska analyser kan genomföras med samma kvalitet i resultaten när Latin Hypercube används för simulering av den statistiska fördelningen.



Figur 2-12. Exempel på intervallfördelning för Latin Hypercube sampling. Alla intervall har samma area och därmed samma sannolikhet för att inträffa.

*Example of interval distribution for Latin Hypercube sampling. All intervals have the same area, the probability for an outcome is hence the same for each intervals.*



Figur 2-13. Exempel på simulering av en normalfördelning med Monte Carlometoden till vänster och Latin Hypercube sampling till höger. Båda fördelningarna är gjorda med 1000 simuleringar. Latin Hypercube ger en mycket god representation av funktionens verkliga variabilitet. Modifierad från manual till Slide på [www.rocscience.com](http://www.rocscience.com).

*Examples of a normal distribution simulated with the Monte Carlo method (left) and Latin Hypercube sampling (right). Both simulations consists of 1000 samples. The Latin Hypercube method gives a very good representation of the variability of the function. Modified from the manual for Slide at [www.rocscience.com](http://www.rocscience.com).*

## 2.4. Exempel på simulerade fördelningar

Nedan presenteras ett enkelt exempel för att visa hur skillnaderna i resultat mellan några statistiska metoder kan se ut. Exemplet ger inte ett generellt svar på skillnaderna mellan de olika metoderna utan ska ge stöd för förståelsen av resulterande fördelningar.

Exemplet baserar sig på att radien för ett borrar schakt mättes i sex punkter i tvärsektioner som var jämnt fördelade i schaktet. Punkterna som mättes var diametralt motsatta varför tre olika diametrar i schaktet kunde beräknas från de sex inmätta punkterna i varje sektion. Medelvärdet och standardavvikelsen på erhållna diametrar bestämdes (Tabell 2-1) och den förväntade diametervariationen i schaktet simulerades i NESSUS som är en statistisk programvara ([www.nessus.swri.org](http://www.nessus.swri.org)). Simuleringarna gjordes med ett antal olika prov fördelningarna med metoderna Monte Carlo (1000, 10 000, 30 000 och 50 000 prov) och Latin Hypercube (500, 1 000, 5 000 och 10 000 prov). Monte Carlosimuleringen om 50 000 prov antas vara den fullständigt sannolikhetsbaserade fördelningsfunktionen av schaktdiametern och fungerar som bas för jämförelsen med de andra simuleringar. Som komplement till simuleringarna gjordes även en bestämning av schaktdiametern med Point Estimatemetoden.

Tabell 2-1. Medelvärde och standardavvikelser för uppmätta diametrar.  
*Mean and standard deviation for measured diameters.*

Diameter #	Medelvärde (mm)	Standardavvikelse (mm)
1	1755	2
2	1766	3
3	1762	3

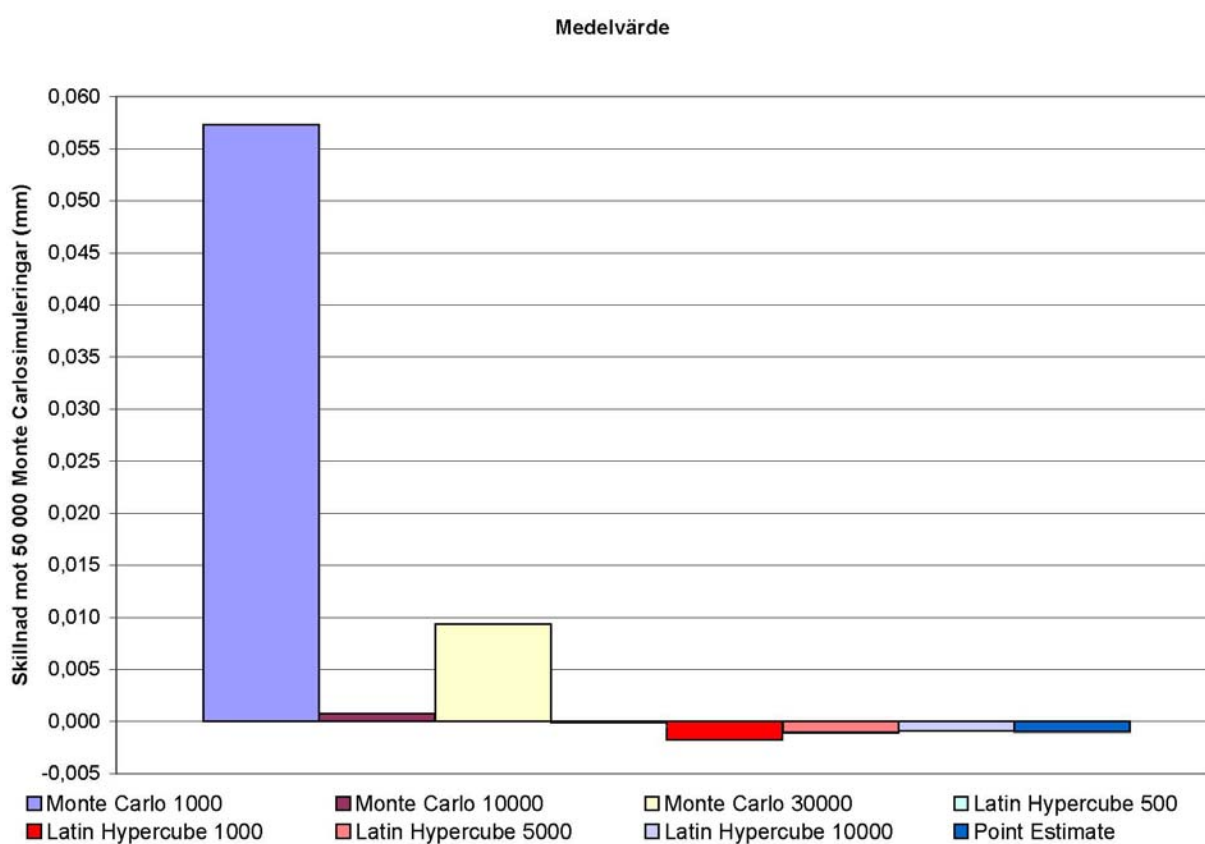
Från den med NESSUS framslumpade tabellen med diametermedelvärden bestämdes medelvärdet och standardavvikelsen för respektive simulering. Basfallet (Monte Carlometoden med 50 000 prov) resulterade i en medeldiameter och en standardavvikelse om 1761,0010 respektive 1,5612 mm. De övriga simuleringarna jämfördes med basfallet genom att från respektive simulerat medelvärde och standardavvikelse subtrahera basfallets värde. Jämförelsen för medelvärdet presenteras i Figur 2-14 och jämförelsen för standardavvikelsen presenteras i Figur 2-15.

Latin Hypercubemetoden ger en lägre spridning kring medelvärdet (Figur 2-14) än Monte Carlometoden. Detta kan vara en effekt av att Monte Carlometoden kan ta ett överrepresentativt antal prov från svansarna i indatats fördelning. En annan orsak till spridningen är att endast en simulering gjorts för varje antal prov. Om ett annat frö används och simuleringen görs om kommer resultaten att bli något annorlunda. Det är

rimligt att anta att tendensen i resultaten förhåller sig på ett liknande sätt varför en försiktig jämförelse låter sig göras.

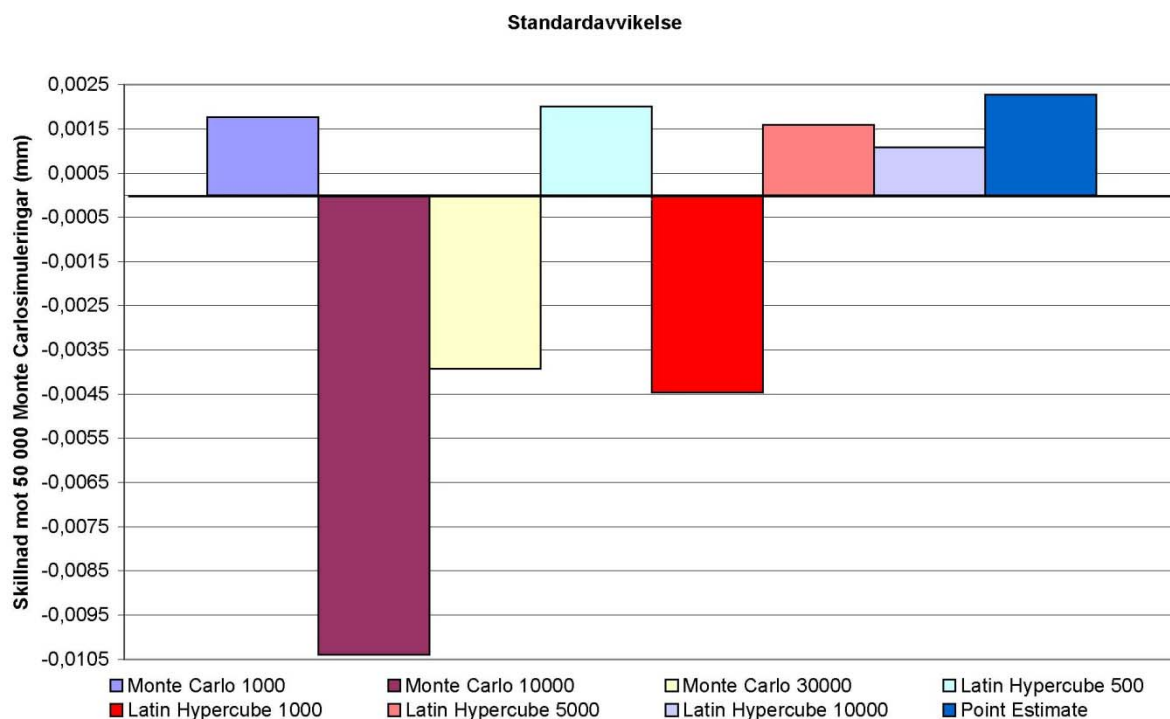
Även vid jämförelsen av standardavvikelserna (Figur 2-15) har Latin Hypercubemetoden en lägre spridning än Monte Carlometoden.

Den relativt enkla Point Estimatemetoden ger en mycket bra uppskattning av medelvärdet och standardavvikelsen med tanke på att endast åtta punkter använts vid beräkningarna. Resultaten indikerar att om man arbetar med funktioner som passar bra att approximera med Point Estimatemetoden kan detta vara ett fullgott alternativ i många fall.



Figur 2-14. Jämförelse av skillnaden för medelvärdet på diametern för de olika simuleringarna.

*Comparison of the difference of the mean value of the diameter between the different simulations.*



Figur 2-15. Jämförelse av skillnaden för standardavvikelsen på diametern för de olika simuleringarna.

*Comparison of the difference of the standard deviation of the diameter for the different simulations.*

För att ytterligare illustrera skillnaden mellan simulering gjord med Monte Carlosimulering och Latin Hypercube sampling har en normalfördelning med medelvärdet 10 och standardavvikelsen 1 simulerats med NESSUS. Monte Carlometoden simulerades med 500, 1 000, 10 000 samt 50 000 prov. Latin Hypercubemetoden simulerades med 250, 1 000 samt 10 000 prov. Samtliga simuleringar utfördes tre gånger med olika frön för att ge läsaren en uppfattning om hur resultaten sprider. Resultaten är presenterade i Tabell 2-2 som skillnaden från medelvärdet respektive standardavvikelsen (simulerat medelvärde och standardavvikelse subtraherat med 10 respektive 1). Resultaten indikerar att för denna enkla funktion ger en Latin Hypercube simulering med 250 prov ett resultat som är väldigt likt det för en Monte Carlosimulering med 50 000 prov. Delar av resultaten i Tabell 2-2 redovisas i Figur 2-16 och Figur 2-17. Här framgår det tydligt att Latin Hypercubemetoden är överlägsen Monte Carlometoden när få prov används vid simuleringen.

Man bör undvika att minimera antalet provpunkter i simuleringen alltför mycket även om det som ovan kan ge ett korrekt resultat för hela populationen. Detta illustreras i Figur 2-18 där data från simuleringarna beskrivna ovan har plottats genom att räkna antalet prov som ligger inom intervall om 0,1 (exempelvis har 22 prov slumpats fram i Monte Carlosimuleringen mellan 10 och 10,1). Resultat från Latin Hypercubemetoden om 250, 1 000 och 10 000 prov respektive Monte Carlometoden om 1 000 prov

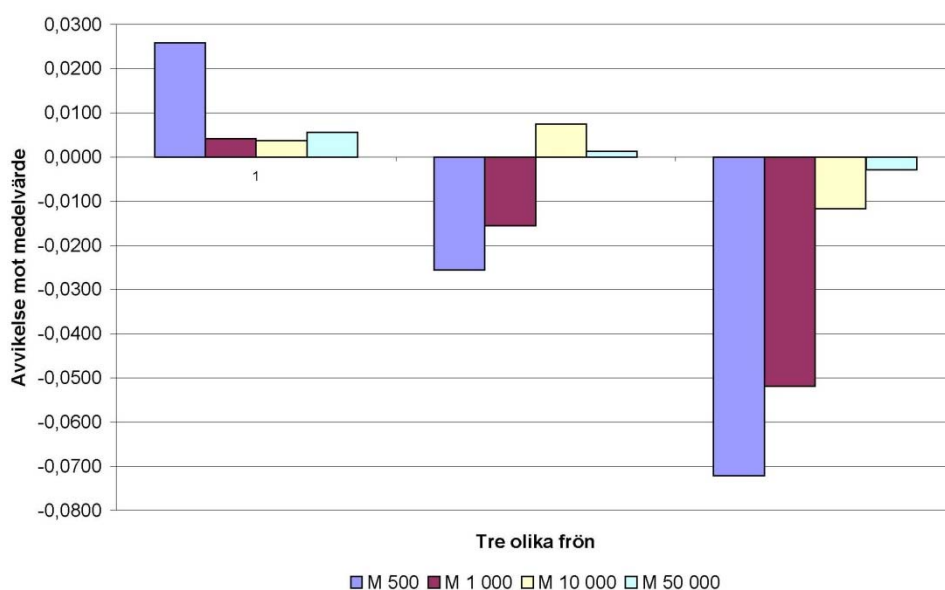
redovisas i figuren. Figuren visar hur svansarna får en tydligare form när antalet prov ökar. Figuren visar också hur metodiken för Latin Hypercube metoden ger en jämnare fördelning av provpunkterna jämfört med Monte Carlometoden.

Tabell 2-2. Skillnad från en normalfördelning  $N(10,1)$  jämfört med simuleringar av samma fördelning med Monte Carlometoden och Latin Hypercube metoden. M C 1 000 betyder att en Monte Carlosimulering genomförts med 1 000 prov. Varje simulering genomfördes tre gånger med olika frön.

*Difference between a normal simulation  $N(10,1)$  compared with simulations of the same distribution with the Monte Carlo and Latin Hypercube methods. M C 1 000 means that a comparison has been made with a Monte Carlo simulation of 1 000 samples. Each simulation was performed three times with different seeds.*

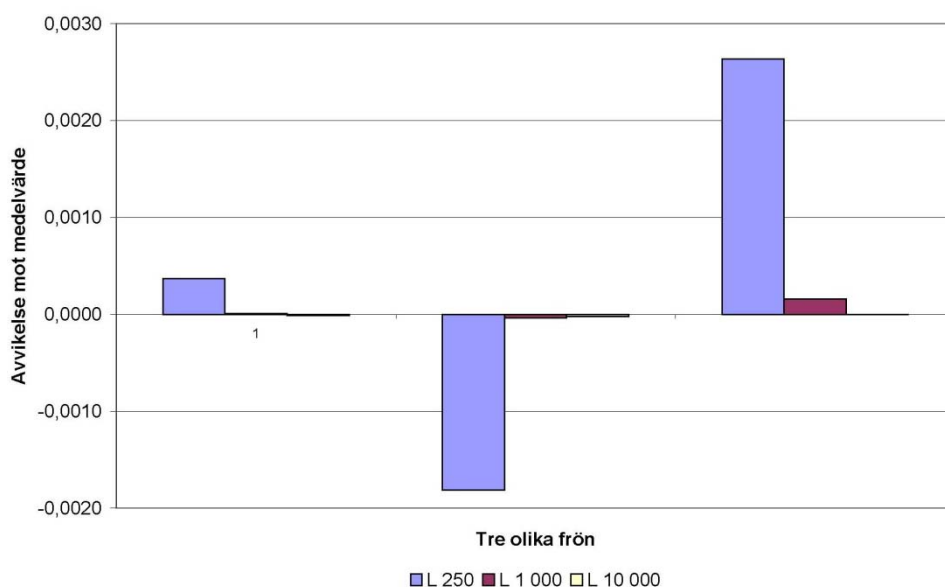
<b>Skillnad mot</b>	<b>M C 500</b>	<b>M C 1 000</b>	<b>M C 10 000</b>	<b>M C 50 000</b>
Medel (10)	0,0258	0,0042	0,0038	0,0056
	-0,0256	-0,0155	0,0075	0,0013
	-0,0722	-0,0519	-0,0116	-0,0028
Std.avv. (1)	0,0259	0,0079	0,0111	-0,0002
	0,0152	-0,0229	0,0108	-0,0016
	-0,0053	0,0370	0,0017	0,0017
<hr/>				
<b>Skillnad mot</b>	<b>L H 250</b>	<b>L H 1 000</b>	<b>L H 10 000</b>	
Medel (10)	0,0004	0,0000	0,0000	
	-0,0018	0,0000	0,0000	
	0,0026	0,0002	0,0000	
Std.avv. (1)	-0,0034	-0,0015	-0,0001	
	-0,0002	0,0004	-0,0001	
	0,0024	-0,0016	0,0000	





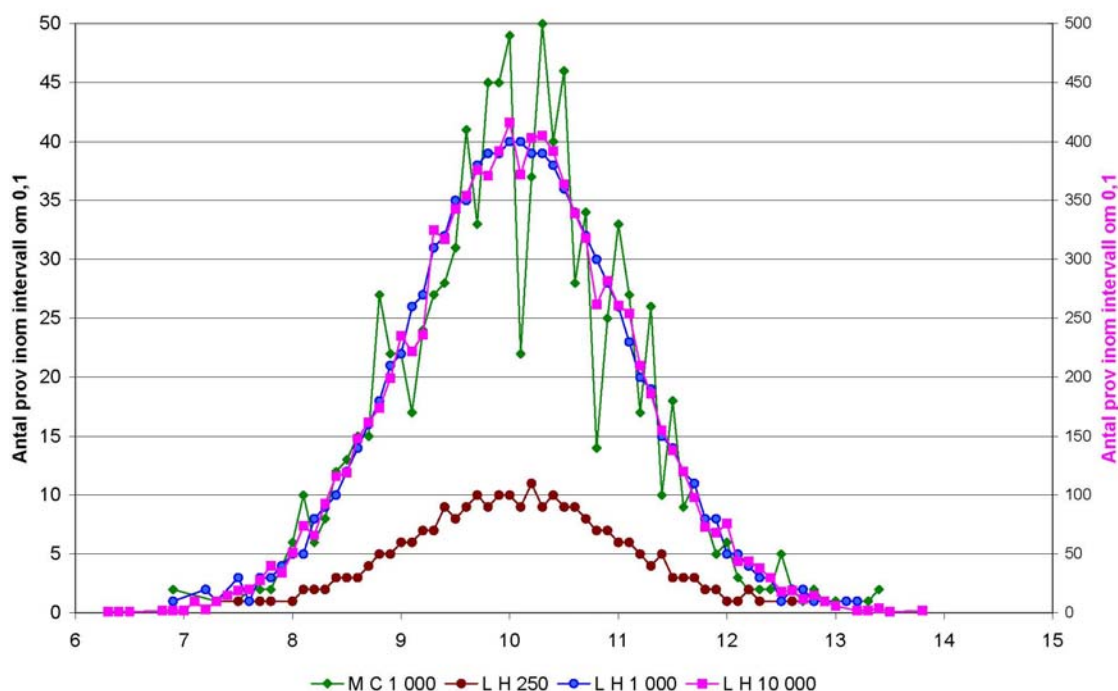
Figur 2-16. Histogram över hur simuleringen med Monte Carlometoden avviker från medelvärdet. Data är grupperat i tre grupper där varje grupp motsvarar en simuleringar med samma frö. Data från Tabell 2-2.

Histogram illustrating the difference between the Monte Carlo method and the mean. The data set is divided in three groups where each group represent simulations with the same seed. Data from Tabell 2-2.



Figur 2-17. Histogram över hur simuleringen med Latin Hypercubemetoden avviker från medelvärdet. Data är grupperat i tre grupper där varje grupp motsvarar en simuleringar med samma frö. Data från Tabell 2-2.

Histogram illustrating the difference between the Latin Hypercube method and the mean. The data set is divided in three groups where each group represent simulations with the same seed. Data from Tabell 2-2.



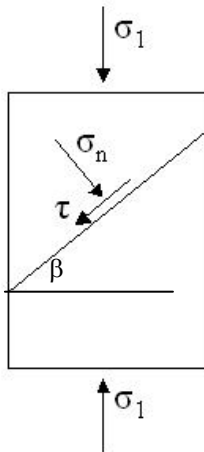
Figur 2-18. Visualisering av simulering av normalfördelningen,  $N(10,1)$ . Antalet prov inom intervall om 0,1 redovisas för Latin Hypercubemetoden med 250, 1 000 respektive 10 000 prov samt Monte Carlometoden med 1 000 prov. L H för 10 000 prov redovisas mot högra Y-axeln.

*Visualisation of a simulation of the normal distribution,  $N(10,1)$ . The number of samples within intervals of 0.1 is presented for the Latin Hypercube methods for 250, 1 000 and 10 000 samples and for the Monte Carlo method with 1 000 samples. L H for 10 000 samples is presented on the right Y-axis.*

## 2.5. Exempel på lösning av ett analytiskt problem

Här ges ett exempel på hur ett enkelt analytiskt problem kan lösas genom en sannolikhetsbaserad metod. Syftet med exemplet är att visa läsaren hur ett någorlunda vardagligt problem kan illustreras sannolikhetsbaserat.

För en dimensionering behöver en beräkning göras på risken för att ett skjuvbrott ska uppstå längs en plan sprickyta i en pelare, Figur 2-19. Sprickegenskaper enligt Tabell 2-3 har tagits fram under platsundersökningarna. För kohesionen, friktionsvinkeln och lasten ( $\sigma_1$ ) har indata uppskattats med trunckerade normalfördelningar. Då endast ett fåtal mätningar gjorts uppskattas standardavvikelsen som 10 % av väntevärdet. Sprickplanet vinkel mot horisontalplanet är helt slumpmässig och representerad med en jämn fördelning där sannolikheten för varje värde är lika stor. Uppskattade fördelningar använda för simuleringen redovisas i Tabell 2-4.



Figur 2-19. Sprickplanet i pelaren vars risk för skjuvbrott ska uppskattas.  
*Joint in a pillar for which the probability of shearing shall be assessed.*

Tabell 2-3. Indata från exempelproblemet givet från förundersökningen.

	Kohesion (MPa)	Friktionsvinkel ( $^{\circ}$ )	$\sigma_1$ (MPa)
<b>Typ</b>	0,25	35	2
<b>Max</b>	0,50	45	1
<b>Min</b>	0,15	22	3

Tabell 2-4. Valda fördelningar utifrån given indata.

*Distributions chosen from the given input data.*

Variabel	Vald fördelning	Väntevärde	Std.avv.	Trunkering uppåt	Trunkering nedåt
<b>Kohesion (c)</b>	Trunkerad normal	0,25	0,025	0,50	0,15
<b>Friktionsvinkel (<math>\phi</math>)</b>	Trunkerad normal	35	3,5	45	22
<b><math>\sigma_1</math></b>	Trunkerad normal	2	0,2	3	1
<b>Sprickplanets vinkel mot horisontalplanet (<math>\beta</math>)</b>	Jämn	-	-	90	0

Endast tre samband behövs för att lösa problemet analytiskt: skjuvhållfasthet, normalkraft mot sprickplanet samt pådrivande last.

Skjuvhållfastheten, den mothållande kraften, som kan mobiliseras längs sprickplanet tecknas:

$$\tau_m = c + \sigma_n \tan(\phi)$$

där  $\tau_m$  är mothållande spänning,  $c$  är kohesion,  $\sigma_n$  är normalspänningen mot sprickplanet och  $\phi$  är sprickans friktionsvinkel.

I frånvaro av en minsta huvudspänning tecknas normalspänningen:

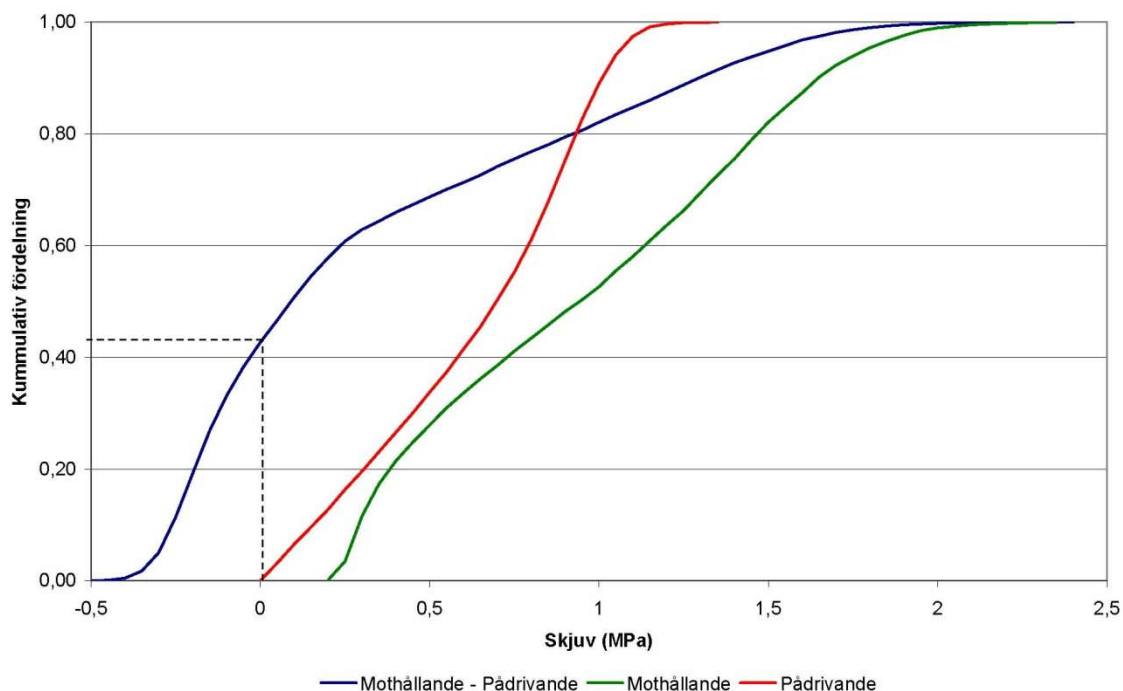
$$\sigma_n = 0,5(\sigma_1 + \sigma_1 \cos(2\beta))$$

där  $\sigma_1$  är spänningen längs pelaren och  $\beta$  är sprickplanets vinkel mot horisontalplanet.

Den pådrivande lasten längs sprickplanet i frånvaro av en minsta huvudspänning tecknas:

$$\tau = 0,5\sigma_1 \sin(2\beta)$$

Ovanstående ekvationer samt parameterdata enligt Tabell 2-4 användes för att simulera problemet. Simuleringen gjordes med Latin Hypercubemetoden och 10 000 prov ur variabelfördelningarna användes. Tre olika samband simulerades för att illustrera problemet,  $\tau_m$ ,  $\tau$  samt  $(\tau_m - \tau)$ . Simuleringen av  $(\tau_m - \tau)$  resulterar i sannolikheterna för att den pådrivande kraften blir större än den mothållande. Sprickplanet skjuvas således om  $(\tau_m - \tau) < 0$ . Resultatet av simuleringarna presenteras i Figur 2-20.



Figur 2-20. Resultat från simuleringen av sannolikheten att sprickplanet ska skjuvas. Med de streckade linjerna kan sannolikheten för att en skjuvbrott ska uppstå uppskattas till 43 %.

*Results from the simulations of the probability for the joint to shear. The probability for shear can with the dashed lines be approximated to 43 %.*

## 2.6. Rumslig fördelning av stokastiska variabler

Med rumslig, spatial, fördelning av en stokastisk variabel avses hur den varierar i rummet. En modell som fångar variationerna i bergmassans egenskaper i den volym som analyseras kan ge mer realistiska resultat än en modell som genomgående har samma parametervärde för en variabel. Att göra beräkningar i modeller som har en rumslig fördelning av parametrarna ska inte förväxlas med att göra en sannolikhetsbaserad analys. Även en modell med rumslig fördelning av parametrarna måste realiseras ett flertal gånger med olika parameterfördelning för att resultatet ska kunna tolkas som en statistisk fördelning. Det kan vara rimligt att anta att en modell med spatial parameterfördelning i vissa fall konvergerar snabbare än en modell med samma parametervärden.

Som ett exempel på en metod som använder rumslig variation av parametrarna presenteras här den stokastiska finita elementmetoden något fördjupat. Denna metod är vald eftersom många ingenjörer är bekanta med finita elementmetoden men även eftersom den är ett relativt nytt tillskott i den finita elementfamiljen. I den litteratursökning som gjorts är även metoden den mest förekommande för att lösa denna typ av problem. En ansats att beskriva metoden och vad som är viktigt att tänka på när

den används görs därför. Läsaren bör ha i åtanke att det inte är nödvändigt att använda just finita elementmodeller för att skapa en rumslig fördelning av variablerna. Detta kan åstadkommas med metoder som använder andra typer av numeriska ekvationslösare.

### **2.6.1. Stokastiska finita element**

Som ett exempel på en metod som kan hantera rumslig fördelning av variablerna redovisas metoden med stokastiska finita element, SFEM, är ett alternativ till att använda finita element, FEM i deterministiska beräkningsprogram. Generellt kan man säga att resonemangen nedan gäller för de flesta analyser som kan genomföras med kontinuummetoder. De specifika analysmetoderna FEM och SFEM används nedan eftersom det är de som i huvudsak förekommer i litteraturen.

Som namnet ”stokastiska finita element” antyder tilldelas egenskaperna för varje element ur en i förväg bestämd stokastisk fördelning. Egenskaperna för element som ligger intill varandra blir därmed olika. Detta illustreras i Figur 2-21 där en SFEM diskretisering av friktionsvinkeln i en slänt redovisas. Figuren visar hur friktionsvinkeln varierar i slänten. Hade slänten diskretiserats i en FEM modell hade samtliga element haft samma nyans, d.v.s. samma värde.

Den stokastiska dimension som SFEM kopplar till analyserna ger inte en statistisk fördelning på resultaten. För att erhålla en relevant statistisk fördelning på resultaten måste i princip ett lika stort antal realiseringar göras som för en FEM modell. Det är flera saker modellören bör vara medveten om vid användande av SFEM. De punkter som bedöms som viktigast redovisas i nedanstående stycken.

Matthies (1997) anser att det vid diskretisering av en SFEM modell är viktigt att tänka på korrelationslängderna för de olika stokastiska parametrarna. Korrelationslängden styr det avstånd mellan elementen som måste uppfyllas för att parametervärdena ska kunna tilldelas sina extremvärden. I en modell med korta korrelationsavstånd kan exempelvis friktionsvinkelns maximala och minimala värden ligga med ett fåtal finita elements mellanrum. Matthies (1997) anser att elementstorleken bör vara cirka hälften till en fjärdedel av korrelationslängden för att kunna ge en rimlig stokastisk fördelning av aktuell variabel. Kiureghian & Ke (1988) betonar även de att det måste finnas en balans mellan korrelationslängderna och elementstorlekarna. För fina/små element i förhållande till korrelationslängderna ger numerisk instabilitet och modellen får svårt att konvergera.

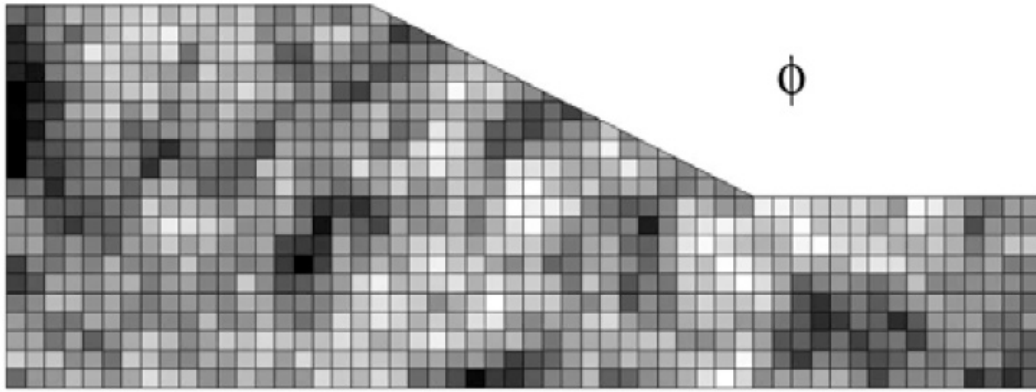
Jimenez & Sitar (2009) testade olika stokastiska fördelningar på en jords elasticitetsmodul för att se dess effekt på sättningen av ett styvt fundament. Analyserna visar att korta korrelationslängder ger en medelvärdesbildande effekt då näraliggande element kan ligga nära de största och minsta extremvärdena. Långa korrelationslängder ger resultat som liknar resultat från FEM körningar. Vanmarcke (1994) noterar vikten av att uppmätta variationer på det heterogena materialet är skalbara till hela den volym man ska studera. Materialegenskaperna kommer annars att få en felaktig fördelning i modellen.

Cho (2007) studerade hur en jordslänts stabilitet beror av fluktuationslängder. Fluktationslängden beskriver det rumsliga avstånd inom vilket materialegenskaperna uppvisar en stark korrelation. Cho visade att fluktuationslängdernas betydelse på resultatet var stor. Sannolikheten för brott skiljde två storleksordningar när fluktuationslängden varierades från 5 till 30 m. Den korta fluktuationslängden hade lägst sannolikhet för brott. Cho använde FORM för att beräkna resultatets känslighet för de ingående stokastiska parametrarna. Genom att identifiera parametrar av underordnad betydelse för resultaten och sätta dessa till deterministiska värden sparades mycket beräkningstid när släntstabiliteten Monte Carlosimulerades.

Vanmarcke (1994) påpekar hur SFEM kan användas för att ge en a priori uppfattning av responsen på ett system (väntevärde, varians och korrelationsfunktioner). Genom att simulera ett mätprogram för systemet kan en uppdatering av systemresponsen göras. Denna simulering a-priori och a-posteriori blir en direkt tillämpning på den Bayesianska statistiken. Genom att använda detta synsätt kan mätprogram, kontroll och åtgärder, enligt observationsmetoden (Peck, 1969), optimeras på ett tidigt stadium i projekten.

För att kunna göra en rättvisande sannolikhetsbaserad design med SFEM-metoden krävs upprepade iterationer och exempelvis Stefanou (2009) menar att det i nuläget är svårt att effektivt kunna använda SFEM på icke-linjära, inversa och tidsberoende stokastiska problem då beräkningskostnaden blir väldigt hög. En Spektral Stokastisk Finit Elementmetod, SSFEM, har börjat utvecklas men är ännu i sin linda. Denna metod använder ytterligare förfinade samplingstekniker för att kunna reducera antalet iterationer.

Den ständiga utvecklingen av datorkapaciteten kommer att leda till en ökad möjlighet att använda SFEM. Metodens relevans för dimensionering av bergkonstruktioner behöver dock studeras närmare.



Figur 2-21. Illustration av en SFEM diskretisering av friktionsvinkeln i en slänt. Ett stort antal diskretiseringar av modellen med tillhörande realiseringar behöver göras för att få en korrekt statistisk fördelning av resultaten. Korrelationslängden för  $\phi$  styr hur variationerna mellan mörka och ljusa områden kan variera. Modifierad från Suchomel & Masín (2010).

*Illustration of a SFEM discretisation of the friction angle in a slope. A large number of discretisations and realisations of the model is necessary to obtain a proper statistical distribution of the result. The correlation length for  $\phi$  govern how the light and dark areas can vary. Modified from Suchomel & Masín (2010).*

### **2.6.2. Bedömning av användbarhet för SFEM analyser vid bergmekaniska problem**

I detta avsnitt förs en diskussion över användbarheten för SFEM analyser vid bestämning av en tunnels bärförmåga. Diskussionen begränsar sig till generella svenska förhållanden. Med svenska förhållanden avses att berget är hårt, sprött och av kristallint ursprung eller höggradigt förgnejsade sedimentära bergarter. Sprickigheten varierar och deformationszoner styr endast bergförhållandena lokalt. Fenomenet "squeezing rock" har inte beaktats då det är ovanligt i Sverige.

Bedömningen har genomförts på så sätt att de vanligaste analysituationerna för en tunnels bärförmåga (med ovan givna begränsningar) listades. Observera att tabellen bara innehåller analysituationer som är lämpliga för kontinuumanalyser. För varje analysituation gjordes sedan en bedömning om en analys av resultatet från en SFEM modell skulle ge ökad förståelse jämfört med studier av resultat från en "vanlig" kontinuum analys. Bedömningen är gjord utifrån antagandet att resultatet från en realisering med respektive metod analyseras. Endast materialparametrarna skiljer mellan modellerna. Analysituationerna med tillhörande bedömning över om SFEM ger en ökad förståelse av resultaten som presenteras i Tabell 2-5.

Generellt för SFEM beräkningar gäller att de stokastiska beräkningarna ställer flera krav på modellören som inte behöver beaktas vid kontinuum analyser för att resultaten ska bli acceptabla. Exempel på sådana krav är att den som genomför SFEM analyser har förståelse för de statistiska fördelningar som används och kan anpassa modellens korrelationslängder efter detta. I kontinuum beräkningar används ofta villkoret att



spänningsfältet ska se rimligt ut (med exempelvis jämna gradienter) i modellen för att den ska anses vara representativ men detta räcker inte för SFEM analyser.

Tabell 2-5. Bedömning om SFEM ger ökad förståelse för beräkningsresultaten jämfört med kontinuumanalyser för de vanligaste bergmekaniska analysituationerna vid svenska förhållanden.

*Assessment regarding if SFEM modelling can give an increased understanding of the results compared to continuum analyses for typical Swedish analyze situations.*

<b>Analyssituation</b>	<b>Bedömning om SFEM resultat ger ökad förståelse jämfört med kontinuumanalyser</b>
Homogent berg med liten variabilitet.	Ger inte ökad förståelse.
Domäner med homogent berg separerade av väldefinierade zoner. Zonernas egenskaper styr lokalt tunnelns stabilitet.	Ger inte ökad förståelse. Oavsett analysätt måste modellen delas upp i zoner och domäner.
Mindre zoner som slumpmässigt förekommer i ett i övrigt intakt berg.	SFEM som ovan beskrivet kan inte hantera denna situation men implementering av en sådan funktion skulle öka förståelsen.
Sprickfattigt berg där egenskaperna är ojämnt fördelat i bergmassan pga exempelvis gångbergarter och eller xenoliter i större omfattning.	Situationen ger upphov till spänningsvariationer i bergmassan och SFEM skulle kunna ge ökad förståelse för variationer för spänningsinducerade brott. Infrastrukturtunnlar ligger oftast grunt och spänningarna är låga att spänningseffekten i realiteten blir marginell.
Tryckbrott alternativt spjälkning där spänningskoncentrationer uppstår.	Stokastiska element skulle kunna ge värdefull information om problemets frekvens längs exempelvis en tunnel eller ett schakt.

För analysfall där risk för tryckbrott eller spjälkning finns ger SFEM ökad förståelse jämfört med kontinuum analyser. Vinsten skulle ligga i att frekvensen av områden där brott uppstår skulle kunna illustreras tydligt. I en kontinuumanalys kommer resultaten i huvudsak att antingen indikera brott eller ej.

Stokastiska finita element har troligen en begränsad nytta för stabilitetsberäkningar av bergrum vid svenska förhållanden. Metoden borde fungera bättre för analyser av jordar vars egenskaper varierar på ett annat sätt i rummet än en bergmassas. Bergmassans beteende styrs av samverkan mellan intakt berg och sprickor och detta kan i många fall simuleras bättre med diskontinuerliga analysmetoder än med finita element. SFEM torde därför ha ett begränsat användningsområde för Svenska förhållanden.

## 2.7. Beräkningskostnad

Den huvudsakliga begränsningen för den sannolikhetsbaserade designen är i nuläget beräkningstiden/beräkningskostnaden. Resultatets statistiska fördelningsfunktion växer fram och formas med antalet realiseringar av modellen. Säkerheten i den resulterande fördelningsfunktionen är beroende av antalet simuleringar som görs.

Reh et al. (2006) ger tumregeln att antalet simulationer som är nödvändiga för en Monte Carlosimulering ungefär är  $100/P_f$  där  $P_f$  är den sannolikhet för brott som man designar mot. Antalet beräkningar blir alltså mycket stort när sannolikheten för brott måste vara liten. Det är viktigt att komma ihåg att det är det specifika problemets art som styr antalet nödvändiga beräkningar. Det kan vara fler eller färre än tumregeln vilket modellören bör vara uppmärksam på. Som räkneexempel kan antas att det för ett bergmekaniskt problem krävs någonstans mellan 1000 till 5000 iterationer ( $P_f$  0,1 till 0,02 enl. Reh et al. 2005) för att nå ett acceptabelt resultat. Antag vidare att beräkningstiden är 20 minuter och att processen är automatiserad så att tiden det tar att spara resultatet och slumpa fram nya indata är försumbar. Beräkningstiden skulle då hamna någonstans mellan 14 och 70 dygn. För komplexare problem där enda beräkning av en uppsättning parametervärden kan ta veckor är vi långt ifrån att kunna sammanställa med Monte Carlosimuleringar. Beräkningstiden kommer med säkerhet att minska eftersom utvecklingen av datakraften går framåt. Samtidigt sker även en utveckling för att kunna göra beräkningar i klusterform, d.v.s. flera datorer räknar på samma problem samtidigt och därmed minskar kalendertiden för lösningen.

Mycket tankekraft ägnas åt att utveckla metoder för att approximativt kunna göra sannolikhetsbaserade beräkningar som ska vara i princip lika exakta som Monte Carlometoden men kräva ett betydligt mindre antal realiseringar. Antalet beräkningar skulle behöva reduceras 10 till 100 gånger. Metoderna går under samlingsnamnet "Fast Probability Integrations" FPI. Ett antal FPI metoder integreras i flera fall i en programvara specialutvecklad för sannolikhetsbaserade analyser. Genom att integrera denna typ av programvaror med beräkningsprogrammet kan antalet deterministiska analyser minskas kraftigt samtidigt som svansarna på resultatets fördelning bibehålls så intakta som möjligt. Fördelningsfunktionens svansars form är viktiga eftersom det är där man i huvudsak bedömer största eller minsta sannolikheten för ett utfall.

## 2.8. Översikt av sannolikhetsbaserade möjligheter med vanliga programvaror för bergmekanisk tillämpning

Som utgångspunkt för studien valdes nedanstående programvaror för numerisk beräkning som Lundman (2005) listar i Banverkets projekteringsanvisningar:

- PLAXIS 2D
- PLAXIS 3D Tunnel
- FLAC
- FLAC<sup>3D</sup>

- UDEC
- 3DEC (finns ej med i projekteringsanv. men blir mer och mer vanligt förekommande)
- Examine<sup>3D</sup>
- Phase2

Möjligheten att använda ovanstående program för sannolikhetsbaserad design har undersökts genom att läsa i manualer och på programvarutillverkarnas hemsidor. Det är grundversionen av programmen alternativt av programtillverkaren skrivna insticksmodulers möjligheter till sannolikhetsbaserad design som har undersöks. Hänsyn till mjukvaror som skrivits av fristående personer och som kan kopplas till beräkningsprogrammen har inte tagits. Resultatet av studien presenteras nedan där programvarorna är grupperade efter respektive tillverkare.

Som komplement till informationshämtningen ovan skickades en fråga till huvudkontoren för PLAXIS, ITASCA och Rocscience. I frågan ombads de svara på om det fanns planer på att inkludera sannolikhetsbaserade lösningsmetoder i deras programvaror eller om de trodde att det var bättre att mjukvara speciellt anpassad för att välja indata ur fördelningar och sedan tolka resultaten används. Denna typ av program körs parallellt med programvaran för de bergmekaniska beräkningarna genom att välja indata och sammanställa resultatet från denna. Om tillverkaren avsåg att inkludera sannolikhetsbaserade lösningsmetoder ombads de även kort beskriva vilka typer av metoder de tänker använda sig av samt om de trodde mest på en framtid för stokastisk finit elementanalys eller ”traditionell” finit elementanalys.

### **2.8.1. PLAXIS**

Plaxis är en programvarutillverkare för koderna PLAXIS 2D och PLAXIS 3D Tunnel.

PLAXIS 2D Version 9 ([www.plaxis.nl](http://www.plaxis.nl)) är ett finit elementprogram för deformations- och stabilitetsanalys av geotekniska och bergmekaniska problem i 2D. Modellen kan arbeta linjärelastiskt och med Mohr-Coulombs brottvillkor. Mer avancerade materialmodeller som exempelvis tryck- och deformationshårdnande, modifierad Cam-Clay, och krypbeteende finns också. Modellen kan beräkna grundvattenflöden och konsolidering. Säkerhetsfaktorn för exempelvis slänter kan beräknas med kohesions- och friktionsreduktion. Till grundmodellen finns moduler för dynamiska beräkningar och mer detaljerade flödesberäkningar.

I grundutförandet har PLAXIS 2D inte någon sannolikhetsbaserat funktion. Istället kan känslighetsanalys utföras och som komplement till detta en parametervariation. Indata beräknas då för alla kombinationer av max- och minvärden som läggs in i modellen. Antalet körningar blir  $(2^n+1)$  där n står för antalet kombinationer av max- och minimivärden. PLAXIS verkar med andra ord använda en version av punktskattningsmetoden för känslighetsanalysen.

PLAXIS 3D Tunnel ([www.plaxis.nl](http://www.plaxis.nl)) är ett finit elementprogram för deformations- och stabilitetsanalys av geotekniska och bergmekaniska problem i 3D. Programmet använder samma materialmodeller som 2D versionen samt en anisotropisk elasto-plastisk funktion som kan användas för att göra beräkningar på uppspruckna bergmassor. För PLAXIS 3D Tunnel ges ingen information som tyder på att sannolikhetsbaserade beräkningar kan göras. Det har inte heller varit möjligt att hitta några sannolikhetsbaserade moduler som någon annan skrivit och kopplat till programmet.

### ***Kommentar från PLAXIS***

Som en del i sitt utvecklingsarbete deltar PLAXIS i det Europeiska projektet GEO-Install där stokastiska/probabilistiska analyser för finita elementberäkningar inom geoteknikområdet ska utvecklas. Som exempel på alternativ som ska utredas nämns: stokastiska parametrar för en jordmodell, geometrisk variation av ett och samma jordmaterial genom korrelationslängder samt stokastisk fördelning av gränssytor mellan olika jordlager. Projektets mål är att utveckla numeriska verktyg för analys av stora deformationer vid grundläggningar. I projektet deltar universiteten i Stuttgart, Delft och Stellenbosch samt företagen Plaxis, NGI och Keller (konsultfirma nischad mot geoteknik). Eftersom GEO-Install är fokuserat mot geoteknik sker troligen ingen utveckling angående analyser av bergkonstruktioner.

### **2.8.2. ITASCA**

ITASCA är en konsultfirma och programvarutillverkare för bland annat koderna FLAC och UDEC, ([www.itascacg.com](http://www.itascacg.com)).

Fast Lagrangian Analysis of Continua, FLAC är ett finit differensprogram för simulering av stora töjningar i ett kontinuummaterial. Koden kan arbeta med materialmodellerna: elastisk, Mohr-Coulomb, "ubiquitous joint", "double-yield", töjningsmjuknande, modifierad Cam-Clay och Hoek-Brown. Koden beräknar även grundvattenströmning. FLAC finns i en 3D-version  $FLAC^{3D}$  som har ett utökat antal materialmodeller. I båda versionerna av FLAC kan varje element tilldelas ett unikt parametervärde enligt en vald statistisk fördelning vilket troligen är jämförbart med SFEM metoden i avsnitt 2.6.1. Information som tyder på att sannolikhetsbaserad metodik för att statistiskt tolka resultaten är inprogrammerad har inte hittats.

Universal Distinct Element Code, UDEC simulerar stora förskjutningar i diskontinuerliga material, exempelvis en sprickig bergmassa. Blockens materialmodeller kan väljas mellan: elastisk, Mohr-Coulomb, ubiquitous joint, double-yield och töjningsmjuknande. Diskontinuiteternas materialmodeller kan väljas mellan Coulomb slip, continuously-yielding och Barton-Bandis (mot pristillägg). Koden kan beräkna grundvattenflöden i sprickor, termiska och dynamiska problem. Blocken i modellen kan vara en blandning av stela och deformerbare block. Information som tyder på att blocken kan ges statistiska parametervärden eller att sannolikhetsbaserad metodik är implementerad har inte hittats.

Three Dimensional Distinct Element Code, 3DEC, kan användas för att simulera diskontinuerliga bergmassor i tre dimensioner. Både statiska och dynamiska lastfall kan simuleras. Valbara materialmodeller för blocken är elastisk, elastiskanisotrop, Mohr-Coulomb, Drucker Prager, bilinjär plasticitet, töjningsmjuknande, krypning. Användaren kan även definiera en egen materialmodell. Information som tyder på att blocken kan ges statistiska parametervärden eller att sannolikhetsbaserad metodik är inprogrammerad har inte hittats.

En fördel med mjukvaran från ITASCA är det inbyggda programmeringsspråket FISH som gör att användaren själv kan skriva funktioner som genomför sannolikhetsbaserade beräkningar.

### ***Kommentar från ITASCA***

ITASCA avstår från att ge vidare information om eventuella planer för sannolikhetsbaserade beräkningar.

### **2.8.3. Rocscience**

Rocscience är programvarutillverkare för bland annat koderna Phase2 och Examine3D.

Phase2 ([www.rocscience.com](http://www.rocscience.com)) är ett finit elementprogram för beräkning av konstruktioner i berg och jord. Valbara materialmodeller är elastisk, riktningberoende elastisk (två eller tre riktningar), Duncan-Chang Hyperbolic elastisk, Mohr-Coulomb, Hoek-Brown (original och uppdaterad version), Drucker-Prager, Cam-Clay och modifierad Cam-Clay. "Small strain" analyser kan göras längs diskreta sprickplan och materialemodellen för sprickorna kan sättas till Mohr-Coulomb, Barton-Bandis eller Geosynthetic Hyperbolic. En förenklad metod av grundvattenströmning kan läggas in i modellen.

Den nu gällande versionen (7.011) av Phase2 har inget stöd för sannolikhetsbaserade analyser. En ny version av Phase2 som innehåller probabilistiska verktyg håller på att utvecklas. Programversionen beräknas finnas tillgänglig under 2010, se nedan kommentarer från Rocscience.

Examine3D ([www.rocscience.com](http://www.rocscience.com)) är ett boundary elementprogram för spänningsanalys av bergkonstruktioner. Hoek-Brown eller Mohr-Coulombs materialmodeller kan användas för att illustrera områden som går i brott men koden gör bara elastiska beräkningar. Examine 3D har inga funktioner för sannolikhetsbaserade beräkningar.

Rocscience har ett program för beräkning av släntstabilitet benämnt Slide. Slide har en probabilistisk funktion där stokastiska egenskaper kan väljas för: materialegenskaper, förstärkning, seismiska laster, linje- och utbredda laster, grundvattennivån samt läge och egenskaper för dragsprickor i toppen av slänten. De statistiska fördelningarna för parametrarna kan väljas individuellt från de vanligaste förekommande. Monte Carlo eller Latin Hypercube kan väljas för den statistiska simuleringen.

### ***Kommentar från Rocscience***

RocScience svarade på den utskickade frågan genom att bifoga ett antal dokument som skulle illustrera RocScience:s arbete med detta. De anser att geostatistiska programvaror ska hjälpa till att optimera platsundersökningsprogram och analysera erhållen information på ett statistiskt sätt. Denna information ska sedan importeras i ett numeriskt verktyg som ska modellera konstruktionen.

RocScience håller på att prova ut en ny version av Phase2 som ska arbeta på ett sannolikhetsbaserat sätt. Metoden de valt att arbeta med är Punktskattningsmetoden (Rosenblueth, 1975). Metoden kräver  $2^n$  beräkningssteg där  $n$  är antalet variabler. Varje variabel ska anges med ett väntevärde,  $\mu$ , och en standardavvikelse,  $\sigma$ . Samtliga kombinationer av  $(\mu+\sigma)$  och  $(\mu-\sigma)$  för de ingående parametrarna beräknas. Korrelation mellan variabler kommer att kunna definieras. Phase2 returnerar en fördelning med ett medelvärde och en varians för valfri nod i modellen. Om Phase2 används på detta sätt kan sannolikhetsbaserade dimensionering enligt Eurokod:s nivå II genomföras med programmet.

En begränsning med metoden är att det inte går att skatta ett högre statistiskt moment än det andra (variansen). RocScience anser därför att en Monte Carlo analys bör utföras i de fall svansens utseende är viktigt för att utvärdera resultaten. Den enkla punktskattningsmetoden kan dock användas för att snabbt gaffla in problemet med hänsyn till exempelvis geometrier och vissa materialparametrar. Om sannolikheterna behöver bestämmas med stor noggrannhet kan en Monte Carlo analys utföras. Vinsten med den föregående Phase2 analysen är att man upptäckt bristerna i modellen innan Monte Carlo simuleringarna utförs så att man klarar sig med en sådan simulering. Ett utförande enligt ovan skulle kvalificera in dimensioneringsberäkningen i Eurokod:s nivå III.

#### **2.8.4. ANSYS**

ANSYS finns inte med i Banverkets lista och används i mycket liten utsträckning för geoteknisk problemlösning. ANSYS är troligen det ledande företaget när det gäller utveckling av programvara för finita elementanalyser. ANSYS har flera olika plattformar för tillämpningar av finita elementmetoden och har även utvecklat en sannolikhetsbaserad modul, DesignXplorer som gör att sannolikhetsbaserade beräkningar kan utföras med deras olika modelleringsprogram. Utförlig information finns på [www.ansys.com](http://www.ansys.com) och i Reh et al. (2005) ges en presentation av programmet.

### **2.9. Kontinuum respektive diskontinuummodellering**

De programvarorna som är vanliga för bergmekaniska analyser och sammanställs i kapitel 2.8 kan delas in i två grupper beträffande den grundläggande förutsättning som programmet arbetar med. Den ena gruppen behandlar berget som ett kontinuum vilket innebär att sprickornas påverkan inkluderas i egenskaperna för kontinuummaterialet.

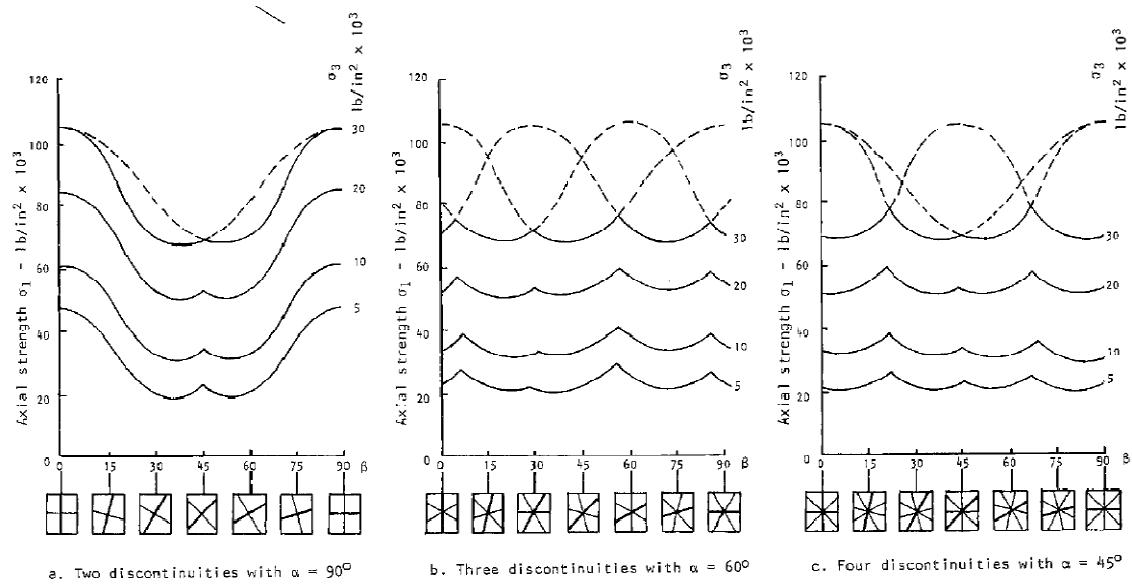
Detta innebär att sprickornas mekaniska egenskaper inte påverkar simuleringen explicit. endast kan hanteras i en begränsad omfattning. Den andra gruppen behandlar berget som ett diskontinuum vilket innebär att bergmassan består av block som begränsas av ett spricknätverk. Blocken kan vara stela eller deformerbare och goda möjligheter att modellera rörelser i sprickplanen finns i programvarorna.

Bland de programvaror som listats i denna rapport bygger UDEC och 3DEC på ett diskontinuerligt angreppssätt. Övriga modeller simulerar berget som ett kontinuum.

Kontinuummetoder, exempelvis FEM, är lämpliga för problem där berget kan antas deformeras någorlunda likformigt. Om de geologiska förutsättningarna är sådana att rörelser i sprickplan eller blockstabilitet är avgörande fungerar diskontinuerliga metoder bättre än kontinuerliga. Diskontinuummetoder kan approximera mekaniken i sprickplanen på ett sätt som inte går att genomföra med exempelvis FEM. Vid valet av metod måste skalan på problemet som studeras samt problemets art vägas in.

För en bergmassa med ett par sprickset med stor vinkel dem emellan (Figur 2-22a) består den huvudsakliga problematiken i att göra blockstabilitetsberäkningar. Dessa beräkningar styrs i huvudsak av sprickornas egenskaper och inte i så hög grad av hållfastheten av blocken mellan sprickorna. För denna typ av beräkningar är diskontinuummetoder att föredra då de kan hantera sprickplanens egenskaper och rörelser bättre än kontinuummetoder. Om den näraliggande bergmassans egenskaper inte bedöms ha någon reell effekt på resultaten från blockstabilitetsanalyserna kan programvaror som arbetar med enkla jämviktsanalyser användas. Exempel på ett vanligt sådant program är Unwedge från [www.rocscience.com](http://www.rocscience.com). För blockstabilitetsanalyser där resultaten beror av sprickornas egenskaper torde modeller som kan simulera sprickornas rumsliga fördelning i stor utsträckning ge väl underbyggda resultat. I exempelvis UDEC och 3DEC kan sprickgruppernas riktning och sprickornas inbördes avstånd fördelas statistiskt. Även sprickornas mekaniska egenskaper kan ges en statistisk fördelning. Denna fördelning är begränsad till att samma egenskaper gäller för hela sprickplanet. En intressant utveckling skulle vara om sprickplanets mekaniska egenskaper kunde fördelas stokastiskt inom sprickplanet. Om denna fördelning även består i att sprickans undulation kan inkluderas skulle låsningarna som uppstår i bergmassan troligen kunna simuleras bättre. I många fall kan användande av diskreta spricknätverk för att simulera blockigheten felaktigt indikera att tunneln skulle bli instabil då alla sprickplan är raka. I verkligheten undulerar ofta sprickplanen och skapar låsningar i bergmassan som stabiliserar bergutrymmena på ett sätt som inte modellerna kan ta hänsyn till.

För en bergmassa med flera sprickset med mindre vinkel dem emellan (Figur 2-22c) är sprickigheten så pass omfattande att berget troligen kan behandlas som ett kontinuum där den rumsliga fördelningen av bergmassans egenskaper kan uppskattas med exempelvis den stokastiska finita elementmetoden.



Figur 2-22. Illustration över hur antalet sprickset kan styra bergets respons på belastning. Modifierad från Hoek & Brown (1980).

*Strength curves for rock specimens with multiple discontinuities. Modified from Hoek & Brown (1980).*

## 2.10. Programvaror för statistiska analyser

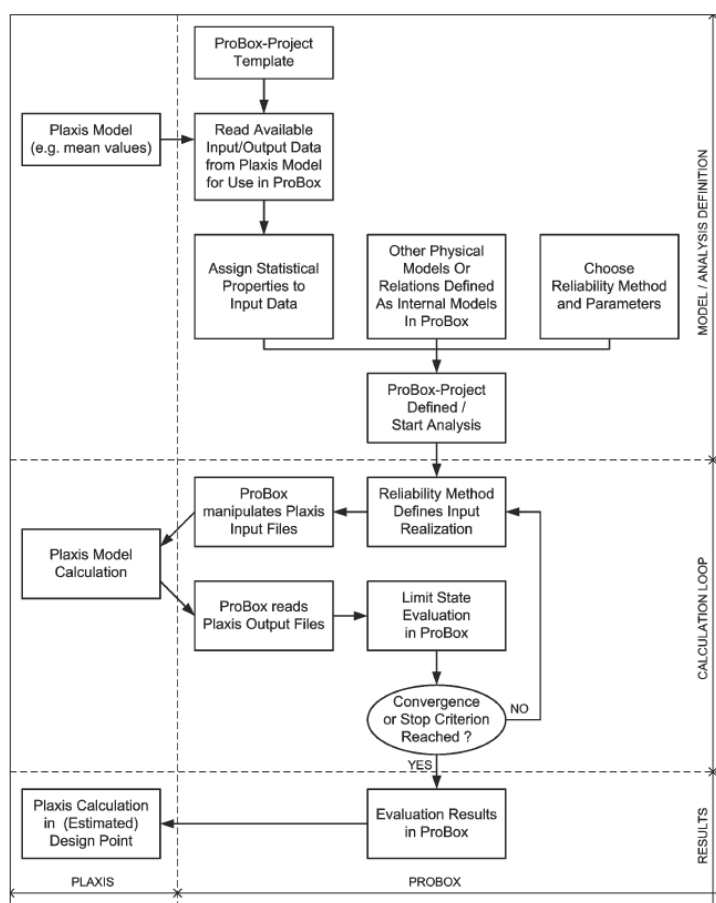
Den översikt som gjordes i kapitel 2.8 över vanliga bergmekaniska programvarors möjligheter att genomföra sannolikhetsbaserade analyser visade på en mycket begränsad förmåga. Litteraturstudien visade att i den mån sannolikhetsbaserade analyser genomfördes användes ofta en speciell programvara för sannolikhetsbaserade analyser till detta. Programvaror för sannolikhetsbaserade analyser kan kopplas till en deterministisk lösare genom att manipulera indata- och analysera resultatfilerna från lösaren. En mjukvarumässig koppling behöver då inte finnas mellan programmen utan kommunikationen sker genom indata- och resultatfilerna. Programvaran för sannolikhetsbaserade analyser blir med denna användning en tredjepartskod.

Med deterministisk lösare avses en programvara som löser ett problem numeriskt genom exempelvis en finit elementanalys. Programvarorna listade i kapitel 2.8 är alla exempel på deterministiska lösare. Programvarorna för sannolikhetsbaserade analyser fungerar förenklat på följande sätt ihop med den deterministiska lösaren (se även Figur 2-23):

1. Indata i form av exempelvis materialegenskaper, laster och randvillkor definieras med en statistisk fördelning. Alternativt beräknar programvaran en lämplig statistisk fördelning utifrån mätdata. I många fall kan korrelation mellan en eller flera variabler ansättas vilket begränsar antalet praktiskt omöjliga utfall och höjer kvaliteten på resultaten.



2. Användaren väljer en analysmetod som programmet ska använda för att välja indata från fördelningarna som går till en deterministiska beräkning. Exempel på analysmetoder är: FORM, SORM, Monte Carlo, Latin Hypercube och Directional sampling. För varje set indata görs en deterministisk beräkning.
3. Användaren definierar hur resultaten från det deterministiska beräkningsprogrammet ska tolkas och vilken konfidens som krävs. Den sannolikhetsbaserade programvaran tolkar de deterministiska resultaten och genererar ett nytt set indata tills rätt noggrannhet på resultaten uppnåts, exempelvis att variansen ligger inom ett konfidensintervall på 99 %.
4. Resultaten kan presenteras i form av säkerhetsfaktorn som funktion av friktionsvinkeln i en fördelningsfunktion. Ofta anges även en känslighetsanalys på ingående parametrar så att användaren snabbt får en överblick på kritiska materialegenskaper eller laster.



Figur 2-23. Exempel på hur en sannolikhetsbaserad programvara (ProBox) kopplas till en numeriska lösare (PLAXIS) för en sannolikhetsbaserad beräkning. Modifierad från Schweckendiek (2006).

*Example of how a statistical software (ProBox) is run together with a deterministic solver (PLAXIS) for a probability based analyze. Modified from Schweckendiek (2006).*

Fyra olika mjukvaror för sannolikhetsbaserade analyser har dykt upp med varierande frekvens i litteraturstudien: COSSAN, Prob2B, PUDEC och NESSUS. Mjukvarorna ges en översiktlig introduktion nedan.

### **2.10.1. COSSAN**

Schuëller & Pradlwarter (2006) beskriver arbetet med COSSAN (Computational stochastic structural analysis) som utvecklats på Leopold-Franzens universitetet i Innsbruck ([http://mechanik.uibk.ac.at/research/computational/cossan/cossan\\_current.php](http://mechanik.uibk.ac.at/research/computational/cossan/cossan_current.php)).

COSSAN består av två delar, en "Stand alone tool box" och ett kommunikationsverktyg för tredjepartskoder. "Stand alone tool box" är framtaget för att kunna göra tillförlitlighetsanalyser av system genom att tillämpa deterministisk och stokastisk finit elementanalys tillsammans med Monte Carlo-simuleringar. Kommunikationsverktyget är skrivet för att användas mot ett flertal olika deterministiska lösare. Problemets variabler matas in i COSSAN som förbereder indatafiler till den deterministiska lösaren. COSSAN tar sedan hand om resultaten och beräknar den resulterande sannolikhetsfunktionen.

COSSAN utvecklas för att kunna fungera i ett klusternetverk av datorer. Beräkningarna i den deterministiska lösaren delas upp på ett flertal olika datorer för att minska kalendertiden för beräkningarna.

### **2.10.2. Prob2B**

Schweckendiek (2006) presenterar ett examensarbete där en modul kallad ProBox kopplas till PLAXIS. ProBox sköter den statistiska fördelningen av parametrarna. Genom att utföra en känslighetsanalys kan viss indata ges konstanta värden för att minska antalet iterationer. ProBox innehåller följande sannolikhetsbaserade metoder: FORM, SORM, Numerical Integration, Crude Monte Carlo, Directional Sampling, Directional Adaptive Response Surface Sampling och Increased Variance Sampling. Variablernas fördelning verkar kunna väljas på samma sätt som i NESSUS (se stycke 2.10.4).

ProBox har vidareutvecklats till Prob2B som ska kunna kopplas till en rad olika beräkningsprogram. Utvecklingen av programvaran sker på TNO Built Environment and Geosciences i Delft, Nederländerna, [http://www.tno.nl/content.cfm?context=markten&content=product&laag1=176&laag2=307&item\\_id=1333&Taal=2](http://www.tno.nl/content.cfm?context=markten&content=product&laag1=176&laag2=307&item_id=1333&Taal=2).

### **2.10.3. PUDEC**

Moarefvand & Verdel (2007) har gjort en modifiering av UDEC som de kallar PUDEC (Probabilistic distinct element method). PUDEC är en sannolikhetsbaserad version av UDEC som kan ta hänsyn till parametervariation. Koden är modifierad på så sätt att beräkningen av stela och deformerbare blocks rörelser har ersatts av en beräkning av

deras statistiska moment. De konstitutiva ekvationerna för sprickorna har ersatts med en sannolikhetsbaserad variant.

Denna artikel är den enda som dök upp i litteratursökningen och programvaran är troligen endast tillgänglig för författarna.

#### **2.10.4. NESSUS**

NESSUS ([www.nessus.swri.org](http://www.nessus.swri.org)) är det mest omskrivna programmen för sannolikhetsbaserad analys. Programmet är skrivet för att kunna kopplas direkt mot ABAQUS eller ANSYS men ska gå att koppla till i princip vilket FEM-kod som helst enligt produktinformationen. Företaget refererar till ett flertal projekt men referenserna berör i huvudsak mekaniska konstruktioner då NESSUS utvecklades som stöd för konstruktionsberäkningar för NASA. NESSUS har ett inbyggt stöd för Stokastiska Finita Elementanalyser.

De stokastiska variabler som ingår i analysen kan ges någon av följande fördelningar: Beta, Chi-2, Exponentiell, Frechet, GEVDMax, GEVDMin, Gamma, Gumbel, Normal, Lognormal, Pareto, Triangulär, Trunkerad normal, Trunkerad Weibull, Uniform och Weibull.

De metoder för statistisk analys som stöds är följande: FORM, SORM, Monte Carlo, Radius based importance sampling methods, Adaptive importance sampling methods, Advance mean-based method, Efficient Global Reliability Analysis, Gaussian Process Response Surface Method, System reliability analysis method.

Resultaten från de statistiska analyserna kan visualiseras enligt följande: Cumulative probability, Probabilistic sensitivity factors, Probabilistic importance factors, Sensitivity levels, Importance levels.

En demoversion av NESSUS har provkörts inom ramen för denna förstudie. Mjukvaran är relativt lätthanterlig men instruktionerna är knapphändiga. Ganska goda statistiska kunskaper krävs för att kunna optimera nyttan av programmet.

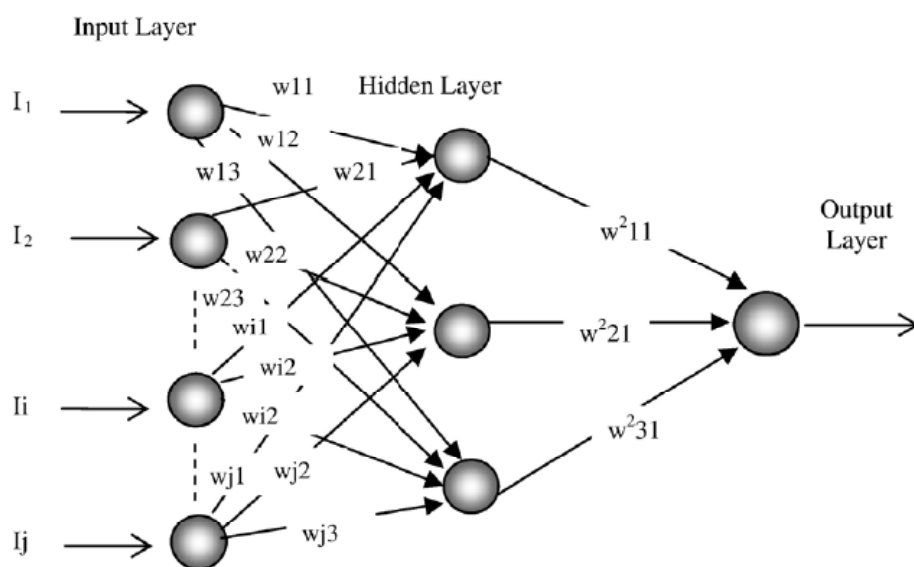
#### **2.11. Artificiella neurala nätverk**

Artificiella neurala nätverk (ANN) kan användas för att ta fram statistisk information om ett problem genom att simulera resultatet av en körning i en deterministisk lösare. Statistiska analyser med hjälp av artificiella neurala nätverk har publicerats av exempelvis Canakci & Pala (2007), Shen-Hong et al. (2009), Majdi & Beiki (2009) och Sirat & Talbot (2001).

Canakci & Pala (2007) beskriver artificiella neurala nätverk som ett sätt att hantera information på ett sätt som liknar biologiska nervsystem. Metoden bygger på att observationer, indata, kan tolkas på ett entydigt sätt så att ett specifikt resultat erhålles. Ett enkelt neuralt nätverk illustreras i Figur 2-24, antalet neuroner i indatalagret och antalet gömda lager bestäms av problemformuleringen. Varje neuron i ett lager är kopplad till samtliga andra neuroner i nästa lager. Neuronerna har ingen inbördes

koppling i samma lager. Värdena för respektive neuron viktas när det läggs till respektive neuron i det gömda lagret. Ett värde beräknas för varje neuron i det gömda lagret. De nya värdena får sedan en ny viktning när de vägs samman och resultatet skapas i resultatlagret. Värdena på de olika vikterna är unika för alla problem. En svårighet med denna metod är att bestämma vikterna. Detta görs genom träningsalgoritmer där man matar in indata vars resultat redan är känt. Exempelvis beräknar Cho (2009) en släntstabilitet upprepade gånger genom att variera friktionsvinkeln och kohesionen. Friktionsvinkeln och kohesionen tillsammans med resulterande säkerhetsfaktor användes som träningsdata för indata och utdatalagret och de olika inbördes vikterna bestämdes.

När det neurala nätverket har tränats går det mycket fort att få fram ett resultat från slumpmässigt angivna indata eftersom beräkningarna i nätverket är väldigt enkla. Omfattande simuleringar av Monte Carlotyp kan därmed utföras snabbt och den statistiska fördelningen bestämmas. Att bestämma en säkerhetsfaktor med hög noggrannhet med denna metod bedöms som något vanskligt. Det neurala nätverket approximerar förväntade resultat från en annan analys som i sin tur är en approximering av det verkliga problemet. Detta leder troligen till ökade osäkerheter i resultaten. Metoden kan vara mer tillämpbar för bestämning av bergets egenskaper. Exempelvis simulerar Majdi & Beiki (2009) bergmassans elasticitetsmodul med hjälp av UCS, GSI och RQD.



Figur 2-24. Illustration av informationsflöde i ett artificiellt neuralt nätverk med ett dolt lager (Canakci & Pala, 2007).

*Illustration of the information flow in an artificial neural network with one hidden layer (Canakci & Pala, 2007).*

## 2.12. Exempel på tillämpningar

Litteratursökningen har gett få träffar när sökningar efter tillämpningar på sannolikhetsbaserade angreppssätt vid design av tunnlar och slänter. Eftersom antalet träffar är få har inte exemplen kunnat begränsas till de programvaror som beskrivits i rapporten. Detta är anledningen till att några tidigare ej beskrivna program finns med bland exemplen. Mest information finns inom jordmekanik där slänter och sättningar beräknade med sannolikhetsbaserade metoder verkar vinna mark.

Oreste (2005) använde ett sannolikhetsbaserat angreppssätt för att beräkna erforderlig tjocklek av sprutbetong för en alptunnel. Oreste sannolikhetsfördelade lasterna från berget på förstärkningen i huvudsak utgående från RMR. Sprutbetongens hållfasthetsegenskaper var också sannolikhetsfördelade och sannolikheten för brott bedömdes utifrån töjningsförhållanden (böjning, normal och skjuv). Beräkningarna gjordes i ett modifierat finit elementprogram som förenklade beräkningarna genom att använda Hyperstatic Reaction Method (HRM). HRM-metoden innebär att fiktiva fjädrar som styr normalkraft och skjuvkraft ansätts för varje nod i förstärkningselementen. Fjäderkrafterna blir linjärt beroende av den relativa förskjutningen mellan förstärkningen och bergmassan. Fjäderkrafterna tillåts öka till plasticering uppnås i berget eller förstärkningselementen. Oreste hänvisar bland annat till Feng & Ding (1986) angående HRM-metoden. Itereringar med Monte Carlometoden genomfördes i ett itereringsprogram till standardavvikelsen för säkerhetsfaktorn låg inom ett konfidensintervall på 95 %. Totalt krävdes 76 836 itereringar.

Cho (2009) använde Artificiella Neurala Nätverk, ANN, för att bedöma sannolikheten för att en jordslänt ska gå i brott. I modellen varierades friktionsvinkeln och kohesionen. ANN är en teknik för informationsbearbetning som måste tränas för varje problem det ska lösa. Cho använde upprepade FLAC-körningar av slänten med olika indata för att ANN skulle lära sig förhållandet mellan variabelvärden och säkerhetsfaktor. För denna enkla slänt krävdes 20 FLAC-beräkningar men för mer komplexa problem kan flera hundra körningar krävas för att ge tillräckligt stor mängd träningsdata. Det tränade nätverket matades sedan med parametervärden genom Latin Hypercube sampling av variabelfördelningarna och den resulterande fördelningsfunktionen togs fram. Monte Carlosimuleringen går snabbt eftersom endast enkla beräkningar av indata görs när den viktas till de olika noderna. Antalet deterministiska körningar med ett finit beräkningsprogram begränsas till antalet som krävs för att träna upp ANN modellen.

Ett annat exempel där neurala nätverk använts i en dimensioneringssituation presenteras av Deng et al. (2003). I en koppargruva skulle pelarna i brytningsrummen dimensioneras genom att välja deras cirkulära tvärsnittsarea. Problemet delades upp i tre delar: i) Elastisk FEM-analys av spänningstillstånd i pelaren ii) träning av ett neuralt nätverk på resultaten från de elastiska analyserna och iii) statistisk analys med det neurala nätverket. FEM-analyserna genomfördes genom att variera malmens tyngd, elasticitetsmodul och tvärkontraktionstal i 25 olika analyser. De 25 resultaten användes för att träna det neurala nätverket. Efter träningen testades det med resultaten från fem andra FEM beräkningar och hade ett maximalt fel på 0,9 %. Den sannolikhetsbaserade beräkningen med neurala nätverket förenklades genom att endast hantera en av

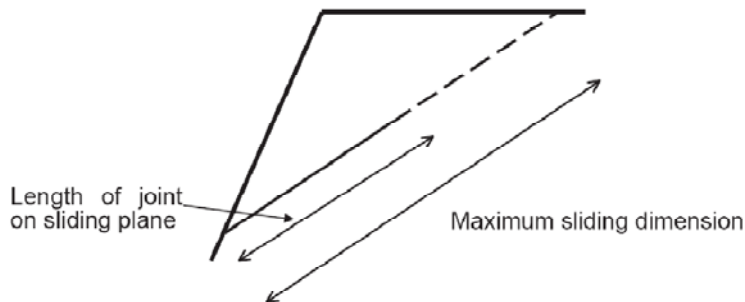
variablerna stokastiskt åt gången. Övriga variabler tilldelades sitt väntevärde. Analyserna delades upp så att ett antal olika pelardiametrar beräknades med totalt fyra olika värden på variationskoefficienten för den stokastiska variabeln. Lägre koefficient ger lägre spridning på resultatet vilket resulterar i ett högre säkerhetsindex. Analysen resulterade i att sannolikheten för brott för pelare med olika diametrar kunde bestämmas för variationskoefficienten på tryckhållfastheten. Genom att följa upp tryckhållfasthetens spridning i malmkroppen kan sedan pelarens diameter optimeras. Det fanns ingen information i artikeln om hur detta har fungerat i praktiken.

Dianqing et al. (2009) har genomfört en sannolikhetsbaserad kilbrottanalys med felträdsanalys. Felträdsanalys är ett sätt att hantera komplexa system på ett systematiskt sätt. Dianqing et al. hade en konceptuell modell som bestod av två plana sprickor som skapade en kil i en slänt. De fyra klassiska brottmoderna (Goodman, 1989) användes för analyserna: 1) glidning längs båda sprickplanen, 2) glidning endast längs ena planet, 3) glidning endast längs andra planet och 4) glidning som uppstår på grunda av yttre krafter och eller vattentryck i sprickplanen. Funktioner ställdes upp för att beräkna sannolikheten för brott i de fyra olika moderna. När felträdet är upprättat kan systemrealibiliteten bestämmas med statistiska metoder framtagna för detta. Dianqing et al. hävdar att vinsten med att använda metoden ligger i att de olika brottmoderna kan korreleras på ett mer effektivt sätt och därmed spara beräkningstid. Resultaten jämfördes med en Monte Carlosimulering och skillnaden i brottsannolikhet var cirka 1 %. Monte Carlosimuleringen gav den högre brottsannolikheten.

Park & West (2001) presenterade ett sannolikhetsbaserat angreppssätt för släntstabilitet och kilbrottanalys. De fyra klassiska brottmoderna användes som utgångspunkt. Park & Wests metod innebär att spricket jämförs två och två i alla möjliga kombinationer. Analysen delas upp i två steg och Monte Carlosimulering av variablerna genomförs i varje steg. Det första steget av analysen avgör om en möjlig kil är kinematiskt stabil eller instabil. Om kilen är kinematiskt instabil görs en analys om kilen är kinetiskt stabil. Sannolikheten för brott definieras som produkten av sannolikheten för att kilen ska vara kinematiskt instabil och sannolikheten för att kilen ska vara kinetiskt instabil. Exempelberäkningar gjorda på en vägskärning visar tydligt hur deterministiska analyser byggda på medelvärden kan missa potentiellt farliga kilar. Författarna påpekar vikten av att noggrant välja brotvillkoren i den deterministiska modell som används. Valet av brotvillkor kan ge stora skillnader i sannolikheten för brott med samma parameteruppsättning.

Park et al. (2005) har arbetat vidare med metoden publicerad i Park & West (2001) och utvidgat den för att beräkna sannolikheten för att block kanar nedför slänten. Ett block bildas av en enskild spricka som stryker i princip parallellt med slänten. Nyheten i denna studie avser beräkningen av sannolikheten för att ett block ska bildas. Statistisk över spricklängderna har tagit fram. Denna spricklängdsfördelning används för att bedöma sannolikheten för att en spricka ska vara tillräckligt lång för att kunna skapa ett block som kan kana ned (Figur 2-25). Sannolikheten för att blocket ska kana ned och slänten vara instabil beräknas genom produkten av sannolikheten för att kinetisk instabilitet ska uppnås och sannolikheten för att sprickan är tillräckligt lång för att kunna skapa ett kinematiskt instabilt block. Denna metod blir inte lika konservativ som

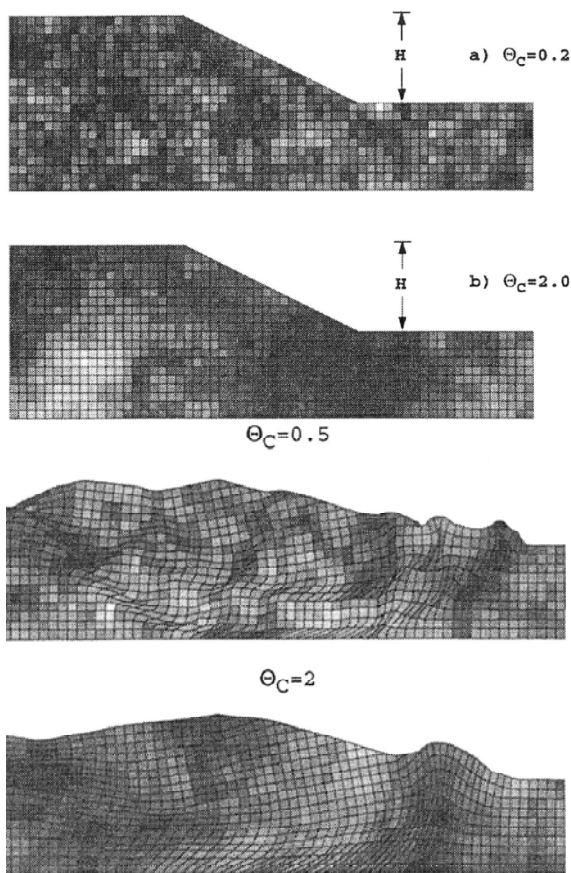
en deterministisk analys som förutsätter att spricklängden är tillräcklig i samtliga fall. I fallstudien jämförde Park et al. (2005) sannolikheten för släntstabilitetsproblem för den ursprungliga släntvinkeln på  $75^\circ$  med den släntvinkel på  $50^\circ$  som uppkommit på grund av kil och blockutfall under de cirka 40 år som gått sedan släntkonstruktionen byggdes. Jämförelsen visade att sannolikheten för släntproblem och möjliga blockstorlekar minskat.



Figur 2-25. För att blocket ska bli kinematiskt instabilt måste spricklängden motsvara "Maximum sliding dimension". Modifierad från Park et al. (2005).

*The fracture length must exceed the "Maximum sliding dimension" for the block to be kinematic instable.*

Griffiths et al. (2004) studerade brottsannolikheten för en slänt i en kohesionsjord med tre olika metoder: 1) analytisk jämviktsanalys för cirkulärt skjuvbrott, homogena materialegenskaper, 2) analytisk jämviktsanalys med variansreduktion kopplad till korrelationslängder och 3) SFEM analys (här kallad RFEM, Random Finite-Element Method). En slutsats som framhålls som viktig är att jämviktsanalysen ger en lägre sannolikhet för brott när standardavvikelsen på kohesionen är hög alternativt när säkerhetsfaktorn är låg. Artikeln ger en bra introduktion till SFEM analyser och visar hur valet av korrelationslängder påverkar resultatet. Figur 2-26 illustrerar hur resultatet kan bero av valda korrelationslängder.



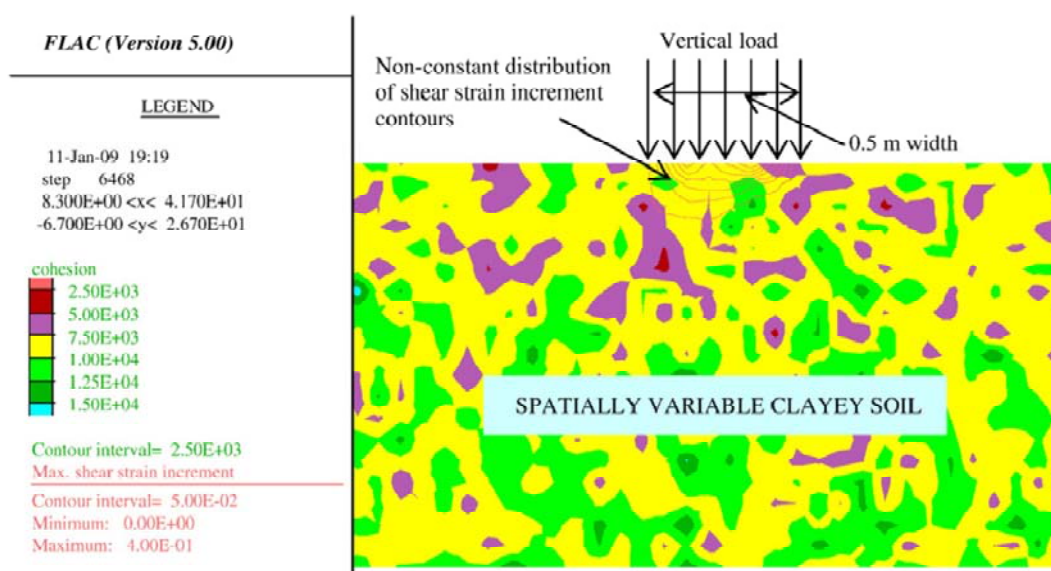
Figur 2-26. Illustration av slänten Griffiths et al. (2004) studerar. Vänstra delen av figuren illustrerar hur korrelationslängder på 0,2 respektive 2,0 m påverkar fördelningen av kohesionen i slänten (ljusare element motsvarar högre kohesion). Högra delen av figuren illustrerar analyser över hur slänten deformerar med korrelationslängderna 0,5 respektive 2,0 m. Perfekta elasto-plastiska förhållanden antas. Modifierad från Griffiths et al. (2004).

*Illustration of the slope Griffiths et al. (2004) analyzes. The left part of the figure illustrates how correlation lengths of 0.2 respectively 2.0 m effects the distribution of the cohesion in the slope (lighter elements represents higher cohesion). The right part of the figure illustrates analyzes of how the slope deforms using correlation lengths of 0.5 and 2.0 m respectively. Perfect elasto-plastic conditions are assumed. Modified from Griffiths et al. (2004).*

Srivastava & Babu (2009) använde FLAC för att analysera deformationer under ett fundament som vilar på en lerig jord. Spetstryckssondering användes för att uppskatta den spatiala fördelningen av elasticitetsmodulen, kohesionen och friktionsvinkeln. I FLAC gjordes 2000 realiseringar av bärrigheten. Felet i resultatet var då 5 % inom ett konfidensintervall om 95 %. Som hjälp att bedöma antalet nödvändiga realiseringar användes variationskoefficienten på bärrigheten. När variationskoefficienten når ett nästan konstant värde indikerar det att antalet realiseringar börjar vara tillräckligt. Figur



2-27 visar fördelningen av kohesionen i jorden med resulterande deformationer för en av de 2000 realiseringarna. Notera hur skjuvtöjningarna blir ojämnt fördelade under fundamentet på grund av kohesionens rumsliga fördelning. I en isotrop modell hade töjningarna varit symmetriskt fördelade.



Figur 2-27. Rumslig fördelning av kohesionen i en jord under ett fundament. Figuren visar även den osymmetriska fördelningen av skjuvtöjningar under fundamentet som beror av kohesionens spatiala fördelning. Modifierad från Srivastava & Babu (2009). *Spatial distribution of the cohesion in the soil beneath a strip foundation. The figure also illustrates the un-symmetrical distribution of shear strain beneath the foundation which depends on the spatial distribution of the cohesion. Modified from Srivastava & Babu (2009).*

### 2.13. Hydrogeologisk modellering

En kortfattad överblick av hur hydrogeologisk modellering kan gå till presenteras här. Syftet med överblicken är att sammanfatta hur modelleringen av vattenflöden hanteras i bergmassan och diskutera den i jämförelse med den bergmekaniska modelleringen. Sammanfattningen är gjord utifrån litteratur från Follin et al. (2008) samt Stigsson (2010) då SKB:s platsbeskrivande grundvattenmodellering av ett slutförvar för använt kärnbränsle kan anses vara branschledande. Programvaran CONNECTFLOW har använts för modelleringarna.

Den hydrogeologiska modellen består liksom för de flesta bergmekaniska modeller av olika domäner. Varje domän har liknande hydrogeologiska egenskaper och kan exemplifieras med områden med olika typer av jordar, bergvolymmer och deformationszoner. Deformationszoner, som ofta har hög vattengenomsläpplighet och känd utbredning modelleras som deterministiska strukturer. Randvillkor i modellen kan

bestå av topografi, nederbörd, grundvattenyta, data från pumptester eller andra hydrogeologiska tester, geometrier på tunnlar och bergrum etc.

De stokastiska delarna i de hydrogeologiska modellerna består i första hand av en diskret spricknätverksmodell samt transmissivitetsfördelningar.

Den diskreta spricknätverksmodellen (DFN) använder statistik från karterade sprickor för att generera ett stokastiskt spricknätverk med huvudorienteringar, intensiteter och storleksfördelningar på sprickorna enligt karteringsresultaten. För att reducera beräkningsmängden i modellen sorteras alla sprickor som inte är konnekterade ut efter att sprickgenereringen gjorts. Isolerade sprickor tas alltså inte med i beräkningarna då de inte påverkar flödena på något sätt.

Transmissivitetsfördelningen i modellerna väljs mellan tre olika typer:

- Korrelerad; en modell där transmissiviteten är proportionell, ej nödvändigtvis linjärt, mot storleken av sprickan. Stokasticiteten i transmissiviteten styrs i detta fall endast av parametrarna som styr storleksfördelningen.
- Stokastisk; transmissiviteten för den enskilda sprickan tilldelas, oberoende av dess storlek, genom en stokastisk process av den transmissivitetsfördelning som valts.
- Semi-korrelerad; sprickans transmissivitetsvärde bestäms utifrån en kombination av sprickans storlek och en slumpfaktor. Modellen kan vara mer eller mindre korrelerad genom olika val av styrkan på slumpfaktorn. Denna modell för transmissivitetsfördelningen har ofta visat sig vara den som ger bäst förutsägelser.

Det första steget i modelleringen är att ta fram en beskrivning av det geometriska ramverket för det diskreta spricknätverket, det vill säga orienterings-, intensitets- och storleksfördelning. Inom SKB:s arbete med framtagande av hydrogeologisk platsbeskrivning användes en modell som var  $(400 \times 400 \times 1200) \text{ m}^3$ , där 1200 m är djupet, baserat på det typiska avståndet mellan deformationszoner samt borrhålens placering. Denna modell Monte Carlosimuleras i storleksordningen fem till tio gånger för varje parameteruppsättning. Den parameteruppsättning som får bäst överensstämmelse med faktiska uppmätta sprickfrekvenser väljs ut. Därefter ansätts olika samband mellan storlek och transmissivitet till de modellerade sprickorna och ett tiotal flödesrealiseringar utförs för varje parameterkombination. Modellerade inflödesdata jämförs sedan med uppmätta och de parameterkombinationer som ger bäst överensstämmelse används sedan för olika ändamål såsom paleohydrogeologiska-, istids- och öppetförvar-beräkningar. Data som extraheras från denna kalibrering är exempelvis samband mellan transmissivitet och sprickstorlek, minsta sprickstorlek och transmissivitetsfördelningsfunktionens form.

En regional modell byggs upp med hjälp av kalibreringsresultaten från en eller flera kalibreringsvolymmer. Denna modell realiseras också ett fåtal gånger för att kunna verifieras med grundvattenmätningar.

Den slutliga modellen över det bergrum som ska modelleras realiseras sedan 5 gånger. Antalet realiseringar bedöms kunna göras så få eftersom förvarsutrymmet som modelleras är stort. En stor del av variabiliteten i resultaten förutsätts därför fångas i varje realisering. Antag att 300 deponeringstunnlar finns i förvarsutformningen vilken täcker en stor yta. Fem realiseringar motsvarar enligt denna logik 1500 realiseringar av en ensam deponeringstunnel i samma grundmodell. Detta förutsätter att alla tunnlar ligger i en bergvolym med mycket lika egenskaper.

SKB har genomfört ett projekt benämnt Alternative Models Project där tre olika modellstrategier för grundvattenströmning studerades. Projektet sammanfattas i Selroos et al. (2002). De modellstrategier som studerades var: Stokastiskt kontinuum, Diskret spricknätverksmodell och Kanalflöden. Monte Carlosimuleringar genomfördes 34 gånger för den stokastiska kontinuummodellen, 10 gånger för den diskreta spricknätverksmodellen och 30 gånger för kanalflödesmodellen. Då resultaten analyserades var en av slutsatserna som drogs att medianvärdena för modellerna i stort sett kunde anses som korrekta. Variansen kunde inte beskrivas med stor noggrannhet varför extremvärdena i funktionernas svansar inte heller kunde uppskattas noggrant.

Hydrogeologisk modellering ligger på ungefär samma nivå som den bergmekaniska sannolikhetsbaserade modelleringen beträffande tillämpningen av sannolikhetsbaserade metoder. Svårigheter i att sammanställa representativa fördelningar över indata i modellerna samt höga beräkningskostnader för noggrant bestämda resultat finns för båda typer av modellering. Grundvattenmodelleringen verkar inte ha samma behov av att kunna visa att resulterande funktionens extremvärden är rimliga så som en sannolikhetsbaserad bergmekanisk design skulle få enligt Eurokod. Metoderna för sannolikhetsbaserade beräkningar kommer därför troligen att skiljas mer och mer åt mellan disciplinerna i framtiden.

### 3 DISKUSSION

Osäkerheten om bergmassans egenskaper och dess respons påverkar konstruktionerna på så sätt att de ofta blir överdimensionerade. Konsekvenserna av en kollaps är för stor för att en konstruktion ska få dimensioneras nära gränsvärdet för dess bärighet. Överdimensioneringen leder till ökade kostnader som inte ger någon egentlig nytta. Under en lång tid framöver kommer underjordskonstruktioner av främst infrastruktur men även för andra typer av verksamhet att vara en viktig del av samhällsbyggandet. Platsbrist i tätbebyggda områden och arbeten för förbättring av livsmiljöer gör att byggande i jord och berg med stor sannolikhet kommer att bli allt vanligare. För att kunna utföra dessa konstruktioner med så stor samhällsnytta som möjligt är det viktigt att de verktyg som finns tillgängliga för design, projektering, utförande och förvaltande av anläggningarna ständigt ses över och vidareutvecklas. Sannolikhetsbaserade angreppssätt för design, projektering och utförande blir troligen en viktig väg att gå för att göra konstruktionerna både säkrare och mer kostnadseffektiva från vaggan till graven.

Sannolikhetsbaserade angreppssätt ger konstruktörer, granskare och myndigheter en större möjlighet att bedöma rimligheten i konstruktionslösningarna än vad som kan göras utifrån ett fåtal deterministiskt beräknade resultat. Det är i allmänhet lättare att intuitivt förstå en riskfördelning jämfört med ett numeriskt värde av en säkerhetsfaktor beräknad med hjälp av partialkoefficienter. Att kunna presentera resultat som sannolikheter ökar även möjligheten att bedöma konsekvenserna för en kollaps avsevärt. I allmänhet bedöms konsekvensen genom att multiplicera den bedömda kostnaden med den bedömda risken för en viss händelse. Genom att presentera risken som en statistisk fördelning underlättas bedömningarna och konstruktionerna kan förhoppningsvis optimeras på ett bättre sätt.

Om valet att utföra sannolikhetsbaserade beräkningar görs står konstruktören inför nästa serie val beträffande analysmetoder för den numeriska lösaren och statistiska metoder för att slumpa indata och sammanställa resultaten. I denna förstudie vägs översiktligt ett antal deterministiska numeriska analysmetoder som kan respektive inte kan simulera en rumslig fördelning av variablerna vägts mot varandra. Som exempel för en metod som kan hantera rumslig fördelning av variablerna har SFEM använts. Båda metoderna (med respektive utan rumslig fördelning av parametervärdena) har fördelar för specifika analyssituationer men om en metod ska väljas verkar metoder som inte tar hänsyn till rumslig variation vara de mest generella lösningsmetoderna. Hanteringen av dessa metoder är också troligen intuitivare för de flesta konstruktörer då egenskaperna inom de olika domänerna i modellen ej varierar. Det blir därmed enklare att förstå hur värden från den statistiskt fördelade indata bygger upp den slutliga fördelningen av resultaten. Modellering med en rumslig fördelning av ingående variabler kräver att konstruktören har en statistisk förståelse av problemet då diskretiseringen måste ta hänsyn till korrelationslängderna. Felaktigt valda korrelationslängder kan ge felaktiga fördelningar av resultatet.

Det kan vara så att en deterministisk lösare som körs tillsammans med en tredjepartskod för de statistiska funktionerna gör det lättare att få överblick på resultaten. Särskilt om

man tror att parametrarna inte varierar särskilt mycket inom sina respektive domäner. I dessa fall är det i huvudsak osäkerheterna i indatas påverkan på resultatet man behöver komma åt. Om egenskaperna däremot varierar mycket i rummet (korta korrelationsavstånd) kanske en stokastisk lösare, exempelvis SFEM, generellt ger bättre resultat. Denna analysituation är troligen mer vanligt förekommande i geotekniska problem med jordar än i analyser av kristallint berg.

Sannolikhetsbaserad design ställer krav på konstruktörernas förståelse för de använda statistiska fördelningarna och deras rimlighet. Programvaror som utvecklas för sannolikhetsbaserade beräkningar bör ge konstruktörerna stöd genom att ha inbyggda funktioner som övervakar att korrelationslängder och statistiska fördelningar verkar rimliga. Detta är särskilt viktigt för analyser med rumsligt fördelade variabler där bland annat korrelationsavstånden är viktiga.

Att uppskatta den statistiska fördelningen över de stokastiska parametrar som ska ingå i den numeriska modellen ingick ej i denna förstudie. En viktig fråga att ställa sig är hur som helst: Hur homogent är berget och hur bestämmer man det? I många projekt görs denna bestämning utifrån att värdet på en specifik parameter, exempelvis friktionsvinkeln. Resultaten medelvärdesbildas och lägsta och högsta värdena får representera extremfall. Ofta anges att beräkningarna ska göras för medelvärdet och värsta kombinationen av extremfallen. Metoden fungerar bevisligen och resulterar i huvudsak i stabila konstruktioner. Det är viktigt att komma ihåg att resultatet från en numerisk modellering aldrig är bättre än de indata som modellen arbetar med. Oavsett hur avancerade numeriska lösare med tillhörande statistiska verktyg som används kommer resultatet alltid att bottna i kvalitén på de indata som används. När materialegenskaperna bestäms bör provtagningsprogrammet designas så att beräkningsprogrammen får en så optimal indata som möjligt att jobba med. Detta behöver inte betyda att antalet prover utökas. Istället kan det vara provernas spatiala fördelning som är viktig. Geostatistiska modelleringsverktyg bör användas när ett provtagningsprogram designas och helst också uppdateras när resultat börjar trilla in. Viktigast är dock att arbeta in ett sannolikhetsbaserat tankesätt i hela kedjan och kanske inte fokusera på specifika metoder medan teknikerna utvecklas.

Jämförelsen av en vägskärnings stabilitet vid byggnationen och efter 40 år som genomfördes av Park et al. (2005) visar hur sannolikhetsbaserad design skulle kunna spara underhållskostnader på lång sikt. De ras som inträffat i slänten medförde med säkerhet extra kostnader och störningar. Om sannolikhetsbaserade metoder använts i designskedet skulle resultatet kanske blivit att släntvinkeln satts till 50° från början med avsikten att minska sannolikheten för extra kostnader och störningar.

Analyserna av deformationerna under ett fundament gjorda av Srivastava & Babu (2009) i FLAC ger en uppfattning om hur den rumsliga variationen av en parameter kan påverka deformationsförloppet (Figur 2-27). Även om analysen är gjord på en jord ger det en konceptuell uppfattning om hur en bergmassa kan bete sig vid vissa förutsättningar.

Stille et al. (2005) konstaterar att man med partialkoefficientmetoden dimensionerar en konstruktion och att man med sannolikhetsbaserade metoder beräknar en redan dimensionerad konstruktion. Eftersom de sannolikhetsbaserade beräkningarna kan vara mycket tidskrävande är det viktigt att det system man beräknar är uppbyggt på ett genomtänkt sätt från början så att inte så många modellvarianter behöver analyseras.

Om sannolikhetsbaserade metoder används i samband med observationsmetoden är det viktigt att de utdata som definieras i analysen är mätbara, vilket i praktiken innebär deformationer. Eftersom observationsmetoden bygger på en *á-priori* uppfattning över systemets respons måste de analyser som genomförs i designskedet ge den typen av information.

Om det ska vara meningsfullt att arbeta med sannolikhetsbaserade metoder måste den statistiska fördelningen på de i analysen ingående variablerna vara rimlig. Om en onödigt stor spridning i de ingående variablerna väljs ”för att vara på den säkra sidan” kan ge resultat få en så stor spridning att de inte kan tolkas på ett vettigt sätt. Metoderna för att bestämma och presentera exempelvis materialparametrar måste vara i samklang med de analysmetoder som avses att användas. Arbeten bör genomföras med syfte att föreslå metoder och arbetssätt för förundersökningsprogrammen så att de genererar rätt typ av information för de efterkommande analyserna.

Ett effektivt sätt att minska kalendertiden för beräkningar kan vara att använda flera ”standard” datorer i ett kluster. Samma beräkning sker därmed på flera datorer samtidigt. Möjligheterna för att använda detta tillvägagångssätt utanför forskningscentra bör undersökas.

## 4 RESULTAT OCH REKOMMENDATIONER

Förstudiens resultat och rekommendationer är uppdelade efter delmålen som satts upp för projektet.

### 4.1. Inventera och värdera verktyg att användas för en sannolikhetsbaserad bestämning av en tunnels bärförmåga

Om man med verktyg avser färdiga lättillgängliga programvaror att tillämpa på bergmekaniska problem finns det i nuläget i princip inget utbud. De programvaror som studerats har mycket begränsade möjligheter att i sig själva arbeta sannolikhetsbaserat. Endast Itascas programvaror har genom programmeringsspråket FISH möjlighet att genomföra analyser med rumsligt fördelade variabler. Det finns med andra ord inget universalverktyg som är färdigt för att utifrån ett sannolikhetsbaserat synsätt bestämma en tunnelns bärförmåga med.

För en sannolikhetsbaserad bedömning av en tunnels bärförmåga behövs med de mjukvaror som finns tillgängliga två typer av programvaror som kan kommunicera med varandra: en deterministisk lösare och ett statistikprogram som hanterar val av indata och analyserar resultaten. Så länge kommunikationen mellan programvarorna fungerar bra är detta troligen ett fullgott alternativ till att ha en programvara som hanterar helheten. De två typerna av programvaror kan då utvecklas mer specifikt mot sina respektive huvuduppgifter vilket kan vara mer gynnsamt i längden.

Med verktyg kan också avses den numeriska metod som används för att analysera problemet i den deterministiska lösaren. De flesta varianter av numeriska beräkningsprogram som finns tillgängliga fungerar för detta ändamål. Med ett tillräckligt stort antal realiseringar med slumpmässigt valda indata kommer realistiska resultat att kunna erhållas.

### 4.2. Beskriva vid vilka situationer de olika verktygen är lämpliga

De olika numeriska metoderna fokuserar på olika typer av problemlösning och är därmed mer eller mindre lämpliga för vissa analysfall. I denna förstudie har fördelar med ”vanliga” kontinuummetoder (exempelvis FEM) respektive kontinuummetoder som kan hantera rumslig fördelning av variablerna (exempelvis SFEM) diskuterats för några vanliga analysituationer. Det verkar inte finnas någon uppenbar fördel med SFEM och liknande metoder för i Sverige vanligt förekommande bergmekaniska analysituationer. Detta borde utredas mer fördjupat då inte denna förstudie inte detaljerat studerat metoden. Ett område där SFEM onekligen skulle ge fördelar är vid analyser av sprickfattiga bergdomäner där risk för tryckbrott/spjälkning finns. En god uppskattning av frekvensen av spjälkbrott skulle då troligen kunna göras.

Utökade möjligheter för rumslig fördelning av sprickplanens riktningar och egenskaper för diskontinuummetoder skulle kunna leda till bättre analyser av de problem där sprickorna har en avgörande betydelse för stabiliteten. Att variera sprickplanens egenskaper med varierande korrelationslängder skulle kunna ge ökad förståelse för hur blockrörelser kan ske.

### 4.3. Föreslå utveckling inom området, rekommendationer

Denna förstudie indikerar att en omställning till att designa bergkonstruktioner med sannolikhetsbaserade numeriska metoder inte kan genomföras i en hast. Med de metoder och indata som finns tillgängliga är det inte ens säkert att det är ett lämpligt tillvägagångssätt. Eurokod anger att observationsmetoden kan användas som ett alternativ till sannolikhetsbaserad design. Eurokod skriver då att en acceptabel sannolikheten för att en konstruktions beteende faller inom acceptabla gränser ska bedömas när observationsmetoden används. Detta innebär att sannolikhetsbaserade beräkningar är ett viktigt verktyg även för denna metod vilket understryker vikten av att metoderna för dessa beräkningar utvecklas. Observationsmetoden kan annars bli svår att använda på ett korrekt sätt enligt den nuvarande definitionen i Eurokod.

Om införandet av Eurokoderna leder till att sannolikhetsbaserade beräkningar ska börja genomföras i stor utsträckning är det viktigt att branschen, förslagsvis i form av BeFo, tillsammans med universitet/högskolor arbetar fram förslag på hur detta kan genomföras. I huvudsak finns det två skiljda områden som behöver vidare studier. Det ena området är den beräkningsmässiga delen som avser typ av numerisk metod, parameterfördelningar etc., hit hör även metoder för att ta fram tillförlitlig data på bergets egenskaper. Det andra området är kopplingen mellan olika mjukvaror och förbättring av datorkapacitet med exempelvis kluster. Bergmekanikers kunskap inom det första området är troligen generellt låg. Kunskaperna inom det andra området sannolikt ännu lägre. För att få igång arbetet bör därför BeFo genomföra ett antal studier som genom att dokumenteras väl kan ge stor nytta till de beställare och konsulter som avser att använda sannolikhetsbaserade metoder. Exempel på sådana studier ges nedan.

- En studie speciellt riktad mot bestämning av en tunnels bärförmåga för analysituationer typiska för svenska förhållanden skulle genomföras. Studien skulle på basis av numerisk simulering ge rekommendationer över analysituationer där FORM som en nivå II metod och exempelvis Latin Hypercube sampling som en nivå III metod är lämpliga. Studien skulle även innefatta en känslighetsanalys över antalet iterationer för Latin Hypercube som är nödvändiga för en viss analysituation och en viss noggrannhet på resultatets täthetsfunktion.
- En annan studie skulle fokusera på en analysmetod som kan hantera rumslig fördelning av variablerna och undersöka vid vilka analysituationer som denna metod är att föredra. Jämförelser med en metod som inte kan hantera rumslig fördelning av variablerna för samma analysituationer skulle ge underlag att detaljerat diskutera för- och nackdelar med respektive metod.
- I den ena eller båda av ovanstående studier skulle en statistisk programvara kopplas till den deterministiska lösaren. För och nackdelar diskuteras och lämpliga tillvägagångssätt föreslås. I samband med detta skulle även möjligheterna att förkorta kalendertiden för beräkningarna genom att använda kluster av datorer eller någon liknande teknik undersökas.



- En annan typ av studie som avser hur den statistiska fördelningen av indata kan tas fram och hur undersökningsprogram kan optimeras för sannolikhetsbaserade analyser bör genomföras parallellt med ovanstående. Det är viktigt att utvecklingen av analyserna och metoderna för framtagande av indata går hand i hand för att resultaten ska kunna bli rimliga.

## 5 REFERENSER

- Bailey, M.A. Conell, L.D. Nathan. R.J. 1996. Accuracy of uncertainty estimation using inverse first-order reliability analysis. *Proceedings of the ModelCare 96 Conference at Golden, Colorado, September 1996*. IAHS Publ. no. 237, 1996.
- Canakci, H. Pala, M. 2007. Tensile strength of basalt from a neural network. *Engineering Geology*, 94 (2007) 10-18.
- Cho, S.E. 2007. Effects of spatial variability of soil properties on slope stability. *Engineering Geology* 92 (2007) 97-109.
- Cho, S.E. 2009. Probabilistic stability analyses of slopes using the ANN-based response surface. *Computers and Geotechnics* 36 (2009) 787-797.
- Deng, J. Yue, Z.Q. Tham, L.G. Zhu, H.H. 2003. Pillar design by combining finite element methods, neural networks and reliability: a case study of the Feng Huangshan copper mine, China. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences* 40 (2003) 585-599.
- Dianqing, L. Chuangbinb, Z. Wenbo, L. Qinghui, J. 2009. A system reliability approach for evaluating stability of rock wedges with correlated failure modes. *Computers and Geotechnics* 36 (2009) 1298-1307.
- EN 1990:2002. Eurocode – Basis of structural design. EN 1990:2002: E.
- EN 1997-1:2004. Eurocode 7 – Dimensionering av geokonstruktioner – Del 1: Allmänna regler.
- EN 1997-2:2004. Eurocode 7 – Dimensionering av geokonstruktioner – Del 2: Markundersökning och provning.
- Enochsson, O. Thun, H. Hejll, A. Olofsson, T. Nilsson, M. Elfgren. L. 2002. Bro över Loussajokk. Beräkning med säkerhetsindexmetod. Böjdragkapacitet i överkant i mittnittet i korta spannet. *Luleå Tekniska Universitet rapport 2002:06*.
- Feng, ZL. Ding DP. 1986. The interaction between flexible linings and surrounding rock masses. *Geotechnique* 1986 (36) 587-591.
- Follin, S. Hartley, L. Jackson P. Roberts D. Marsic, N. 2008. Hydrogeological conceptual model development and numerical modelling using CONNETCFLOW, Forsmark modellering stage 2.3. *Svensk Kärnbränslehantering AB, rapport R-08-23*. Tillgänglig på [www.skb.se](http://www.skb.se)
- Franzén, G. 2009. Eurokoder. Historia, omfattning syfte. *Presentation på IEG BeFo Workshop Berg, Stockholm, 2 december 2009*.
- Goodman, R.E. Introduction to rock mechanics. 2<sup>nd</sup> ed. New York: Wiley; 1989.

- Griffiths, D.V. Gordon, A. Fenton, M. 2004. Probabilistic Slope Stability Analysis by Finite Elements. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*. 130 (5) 507-518.
- Hasofer, A.M. Lind, N.C., 1974. Exact and Invariant Second-moment Code Format. *J. Engineering Mechanics Div.*, ASCE, 100 (EM1).
- Hoek, E. Brown, E.T. 1980. *Underground Excavations in Rock*. Institute of Mining and Metallurgy, London, England.
- Holmberg, M. Stille, H. 2007. Observationsmetoden och dess tillämpning på design av konstruktioner i berg. *SveBeFo rapport 80*.
- Jimenez, R. Sitar, N. 2009. The importance of distribution types in finite element analyses of foundation settlement. *Computers and Geotechnics* 36 (2009) 474-483.
- Kiureghian, A.D. Ke, J-B. 1988. The stochastic finite element method in structural engineering. *Proceedings of the US-Austria joint seminar on stochastic structural mechanics*. Florida Atlantic University, May 1987.
- Lindström, B. 2006. Eurokod 7 – Hur påverkas dimensionering av bergkonstruktioner? *SveBeFo rapport 78*.
- Lundman P. 2005. Projekteringsanvisningar, dimensionering av det bärande huvudsystemet för bergtunnlar. *Banverket rapport BB 06-04*, 2005.
- McKay, M.D. Beckman, R.J. Conover, W.J. 1979. A comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code. *Technometrics* Vol. 21, No. 2, May 1979.
- Majdi, A. Beiki, M. 2009. Evolving neural network using a genetic algorithm for predicting the deformation modulus of rock masses. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences* (2009), doi:10.1016/j.ijrmms.2009.09.011
- Matthies, H.G. Brenner, C.E. Bucher, C.G. Soares, C.G. 1997. Uncertainties in probabilistic numerical analysis of structures and solids – Stochastic finite elements. *Structural Safety* Vol. 19, No. 3 pp. 283-336, 1997.
- Mellah, R. Auvinet, G. Masrour, F. 2000. Stochastic finite element method applied to non-linear analysis of embankments. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 15 (2000) 251-259.

- Miller, S.M. Whyatt, J.K. McHugh, E.L. 2004. Applications of the point estimation method for stochastic rock slope engineering. *Gulf Rocks 2004: Proceedings, Rock Mechanics Across Borders & Disciplines*, 6th North American Rock Mechanics Conference, June 5-10, 2004, Houston, Texas. Report No. ARMA/NARMS 04-517. Alexandria, VA: American Rock Mechanics Association, 2004 Jun; 1-12. (<http://www.cdc.gov/niosh/mining/pubs/pdfs/aopem.pdf>)
- Moarefvand, P. Verdel, T. 2008.. The probabilistic distinct element method. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, 32 (2008) 559-577.
- Oreste, Pierpaolo. 2005. A probabilistic design approach for tunnel supports. *Computers and Geotechnics*, 32 (2005), 520-534.
- Park, H.J. West, T.R. 2001. Development of a probabilistic approach for rock wedge failure. *Engineering Geology* 59 (2001) 233-251.
- Park, H.J. West, T.R. Woo, I. 2005. Probabilistic analysis of rock slope stability and random properties of discontinuity parameters, Interstate Highway 40, Western North Carolina, USA. *Engineering Geology* 79 (2005) 230-250.
- Peck, R.B. 1969. Advantages and limitations of the observational method in applied soil mechanics. *Geotechnique*, vol 19, no. 2, pp. 171-187. 1969.
- Reh, S. Beley, J-D. Mukherjee, S. Kohr, E.H. 2006. Probabilistic finite element analysis using ANSYS. *Structural Safety* 28 (2006) 17-43.
- Rosenblueth, E. 1975. Point estimates for probability moments. *Proceedings of Nat. Acad. Sci. USA*. Vol. 72, No. 10, pp. 3812-3814, 1975.
- Schuëller, G.I. Pradlwarter, H.J. 2006. Computational stochastic structural analysis (COSSAN) – a software tool. *Structural Safety* 28 (2006) 68-82.
- Schweckendiek, T. 2006. Structural reliability applied to deep excavations –coupling reliability methods with finiet elements- *M.Sc. Thesis, Delft University of Technology*, 2006.
- Selroos, J-O. Walker, D.D. Ström, A. Gylling B. Follin, S. 2002. Comparison of alternative modelling approaches for groundwater flow in fractured rock. *Journal of Hydrology*, 257 (2002) 174-188.
- Shen-Hong, C. Cheng-Hua, F. Isam, S. 2009. Finite element analysis of jointed rock masses reinforced by fully-grouted bolts and shotcrete lining. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences* 46 (2009) 19-30.
- Sirat, M. Talbot C.J. 2001. Application of artificial neural networks to fracture analysis at the Äspö HRL, Sweden: fracture sets classification. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences* 38 (2001) 621-639.

Srivastava, A. Babu, G.L.S. 2009. Effect of soil variability on the bearing capacity of clay and in slope stability problems. *Engineering Geology* 108 (2009) 142-152.

Stefanou, G. 2009. The stochastic finite element method: Past, present and future. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 198 (2009) 1031-1051.

Stigsson, M. 2010. *Svensk Kärnbränslehantering AB*. Personlig kontakt.

Stille, H. Holmberg, M. Olsson, L. Andersson, J. 2005. Dimensionering av samverkanskonstruktioner i berg med sannolikhetsbaserade metoder. *SveBeFo rapport 70*, 2005.

Suchomel, R. Masín, D. 2010. Comparison of different probabilistic methods for predicting stability of a slope in spatially variable  $c$ - $\phi$  soil. *Computers and Geotechnics*, 37 (2010) 132-140

Vanmarcke, E.H. 1994. Stochastic finite elements and experimental measurements. *Probabilistic Engineering Mechanics* 9 (1994) 103-114.

Wikipedia. [www.wikipedia.org](http://www.wikipedia.org)



Box 5501  
SE-114 85 Stockholm

info@befonline.org • www.befonline.org  
Besöksadress: Storgatan 19

tbk.

ISSN 1104-1773